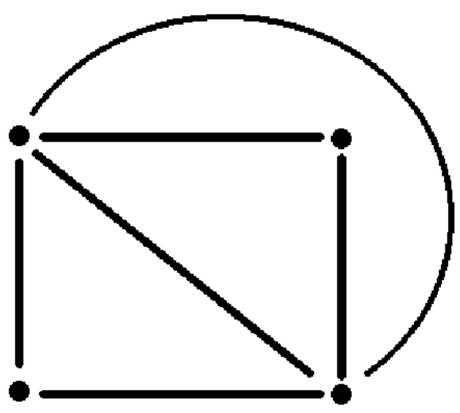
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
Av. Pellegrini 250. S2000BTP Rosario. Sta. Fe

Examen Final (primera parte) - 21/07/2025

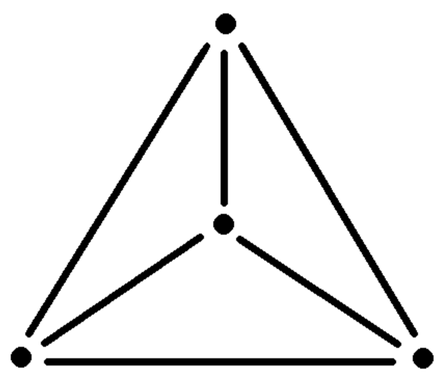
1) Un grafo es autodual cuando es isomorfo a su grafo dual,
es decir $G \approx G^*$

a) Sea G un grafo autodual, demostrar que $|E(G)| = 2(|V(G)| - 1)$

b) Determinar si los siguientes grafos son autoduales.



G_1



G_2

2) Una empresa que alquila autos no los alquila por hora sino durante todo el día.
Hay que hacer 8 paseos. Si dos paseos no se superponen en sus horarios entonces se pueden hacer con un mismo auto.

Paseo 1: de 8 a 17hs
Paseo 2: de 9 a 15hs
Paseo 3: de 10 a 11hs
Paseo 4: de 12 a 16hs
Paseo 5: de 14 a 17hs
Paseo 6: de 15 a 20hs
Paseo 7: de 19 a 21hs
Paseo 8: de 20 a 22hs

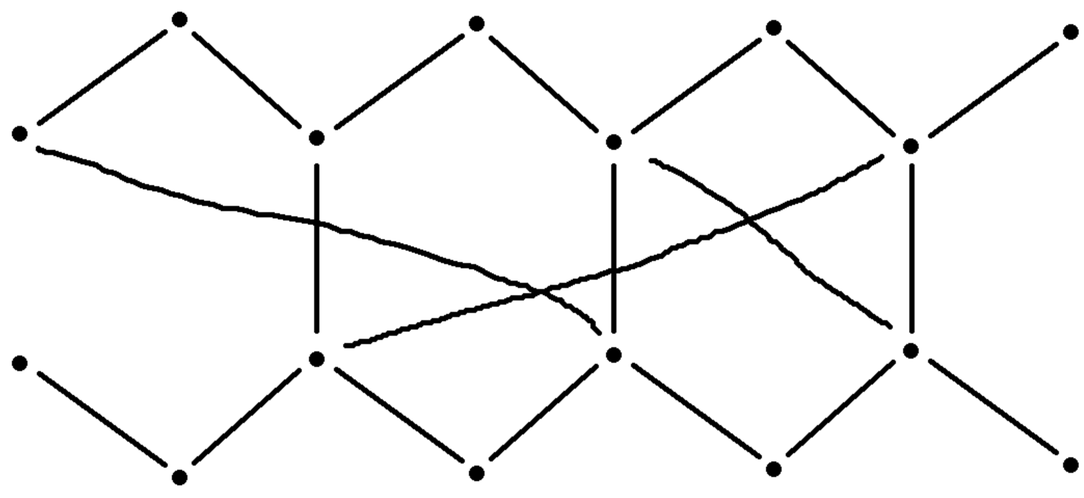
¿Cuál es la mínima cantidad de autos necesarios para realizar todos los paseos?

3) Determinar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas

a) Sea G[X,Y] un grafo bipartito con $|X| = |Y|$

Si $\forall\ S \subseteq X$ se cumple $|V(G) - N(S)| \leqslant 2|X| - |S|$
entonces G tiene un matching perfecto

b) Dado el siguiente grafo



Existe un matching máximo M y un matching maximal M' tal que $|M| - |M'| = 2$

Examen Final (segunda parte) - 21/07/2025

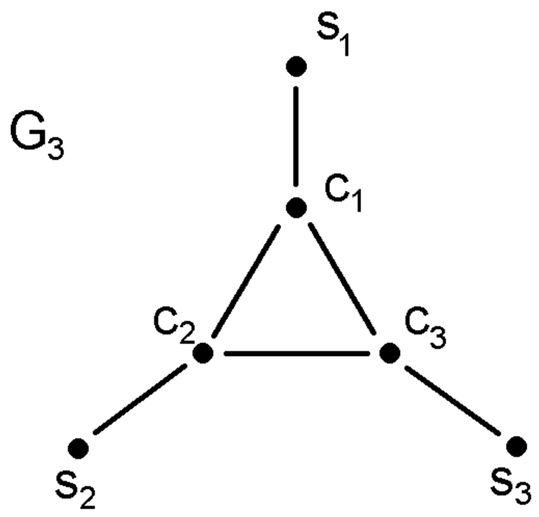
1) Definimos los grafos G_n y H_n de la siguiente manera

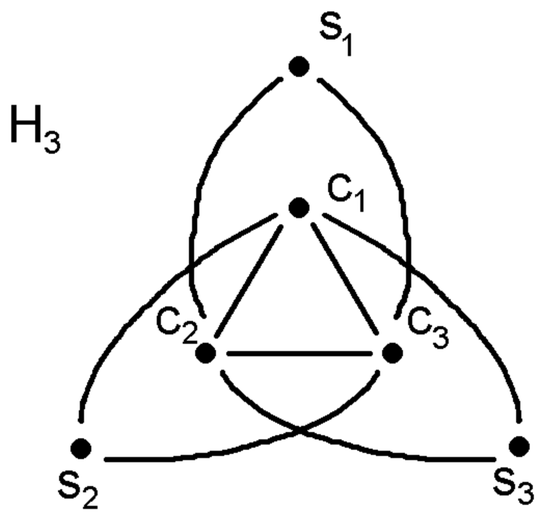
$V(G_n) = V(H_n) = C \cup S$

$C_n = \{c_1, \dots, c_n\}$ es una clique tanto en G_n como en H_n

$S_n = \{s_1, \dots, s_n\}$ es un conjunto estable tanto en G_n como en H_n

$c_i s_j \in E(G_n)$ ssi $i = j$ y $c_i s_j \in E(H_n)$ ssi $i \neq j$





Ejemplos de G_3 y H_3

a) Demostrar que $\overline{G_n} \approx H_n$

b) Encontrar para que valores de n H_n es euleriano. Ídem para G_n.

c) Calcular el número de clique y de estabilidad para G_n y H_n.

Sugerencia: calcular los parámetros para G_n y usar el item anterior para H_n.

2) Una empresa petrolera quiere construir una red para transportar material entre ocho estaciones hacia una refineria. No están interesados en construir un oleoducto entre cada estación sino construir los caminos de tal manera que el material llegue a todas las estaciones y a la refinería minimizando la cantidad de kilómetros de oleoductos construidos.
Determinar cual es la mínima cantidad de oleoductos que se deben construir.
En la siguiente tabla se indica la distancia en kilómetros desde cada estación a las demás.

	R	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
R		180	150	200	220	210	120	70	190
P1	180		130	120	150	200	280	160	40
P2	150	130		20	140	150	300	220	40
P3	200	120	20		60	150	130	150	120
P4	220	150	140	60		210	50	110	150
P5	210	200	150	150	210		140	30	170
P6	120	280	300	130	50	140		170	160
P7	70	160	220	150	110	30	170		180
P8	190	40	40	120	150	170	160	180	

3) Verdadero o falso

a) Sea G un grafo tal que $|V(G)| = |E(G)| + 1$ y no es un árbol
En G existe al menos una componente conexa que es un árbol y al menos una componente conexa que no es un árbol.

b) Existen dos grafos G y H tales que $G \square H$ es un árbol.