Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
Av. Pellegrini 250. S2000BTP Rosario. Sta. Fe

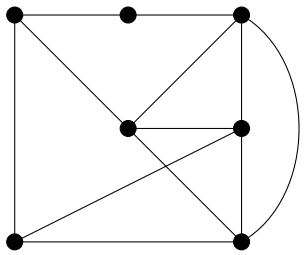
Examen Final (primera parte) - 5/2/2024

Apellido y nombre:

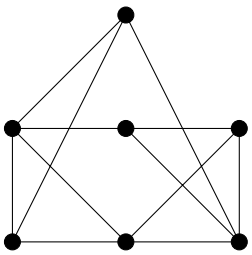
Legajo: DNI: Carrera:

Justificar adecuadamente todas las respuestas.

1. Considerar los siguientes grafos G_1 y G_2.



G_1



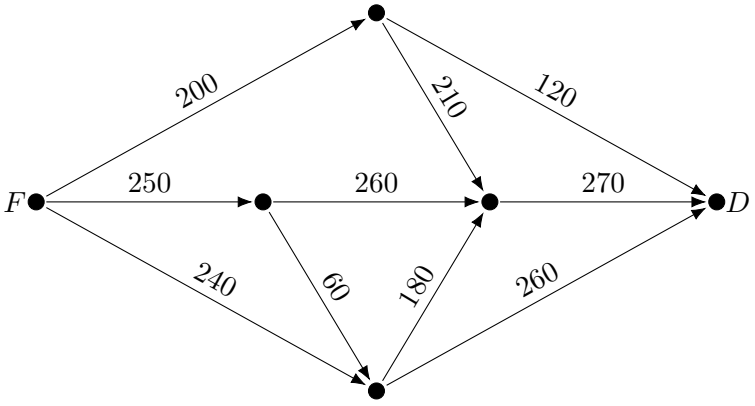
G_2

   a) Para cada uno de los grafos dados, determinar si es o no un grafo planar.

   b) Para cada uno de los grafos dados, en caso de ser planar, dar una inmersión plana y su grafo dual. ¿Es su grafo dual un grafo euleriano?

   c) Sea G un grafo plano. Hallar una condición suficiente sobre G para asegurar que su dual no es euleriano.

2. Una empresa desea saber cuál es la mayor cantidad posible de mercancía que puede enviar por la red de carreteras de la figura desde su fábrica F hasta el centro de distribución D. Cada uno de los tramos de carretera dispone de una flota de camiones y se conoce la capacidad de carga de los camiones en cada tramo por el n° que aparece sobre él. ¿Cómo puede usted ayudar a esta empresa a resolver el problema planteado? ¿Cuál sería su respuesta?



Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
Av. Pellegrini 250. S2000BTP Rosario. Sta. Fe

Examen Final (segunda parte) - 5/2/2024

Estudiantes en condición libre

Apellido y nombre:

Legajo: DNI: Carrera:

Justificar adecuadamente todas las respuestas.

3. El grafo de línea $L(G)$ de un grafo G sin lazos tiene un vértice por cada arista de G, y dos vértices de $L(G)$ son adyacentes si las correspondientes aristas de G son incidentes en un mismo vértice.

   a) Demostrar que si G es un grafo euleriano (i.e., tiene un circuito euleriano) entonces $L(G)$ es un grafo hamiltoniano (i.e., tiene un ciclo hamiltoniano).

   b) Probar que si G es conexo, entonces $L(G)$ también lo es.

   c) Demostrar que si G es euleriano entonces $L(G)$ también es euleriano.
   Sugerencia: Relacionar el grado de $e = \{a, b\}$ en $L(G)$ con los grados de a y b en G.

   d) Mostrar un grafo no euleriano, pero tal que su grafo de línea sí sea euleriano.

4. En el depósito de una ferretería se deben almacenar 10 sustancias distintas, entre las cuales hay algunas que no pueden ser almacenadas en el mismo compartimento del depósito. Las 10 sustancias se distinguen con los números del 1 al 10 y en el cuadro se expresan las sustancias que NO pueden estar juntas en un mismo compartimento.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		X	X	X						
2	X						X		X	
3	X							X		X
4	X				X	X				
5				X				X	X	
6				X			X			X
7		X				X		X		
8			X		X		X		X	X
9		X			X			X		
10			X			X		X		

   a) Se busca determinar el número mínimo de compartimentos que se necesitan para almacenar de forma segura estas diez sustancias.
   Modelar el problema como uno de Teoría de Grafos y resolverlo. Explicitar la respuesta.

   b) ¿Podría eliminarse alguna sustancia de forma tal que se utilicen menos compartimentos que en el caso anterior? Justificar.

5. Analizar la veracidad de las siguientes afirmaciones, justificando adecuadamente.

   a) Para todo árbol T se tiene $\alpha'(T) = \beta(T)$.

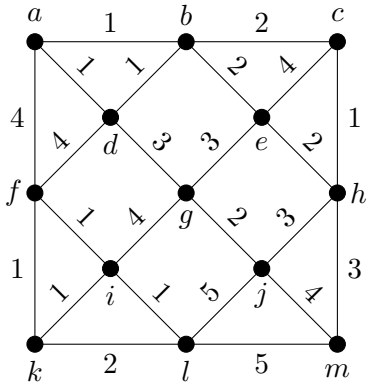
   b) Todo grafo regular admite un matching perfecto.

   c) Sea T un árbol. Todo matching maximal en T es un matching máximo.

   d) Sea G un grafo hamiltoniano. Toda arista $e \in E(G)$ pertenece a algún ciclo en G.

   e) Si G es un grafo euleriano con aristas e y f que tiene un extremo en común, entonces existe un circuito euleriano de G en el cual e y f aparecen de manera consecutiva.

6. Considerar siguiente grafo ponderado.



   a) Hallar un camino de peso mínimo entre los vértice a y j, mediante el algoritmo de Dijkstra.

   b) Hallar el árbol recubridor del grafo que obtiene el algoritmo de *búsqueda en anchura* (BFS) siguiendo el orden alfabético de los vértices. ¿Se trata de un árbol de peso mínimo?