Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
Av. Pellegrini 250. S2000BTP Rosario. Sta. Fe

Examen final - 03/02/2026 (Prom.-Reg.-Lib.)

Apellido y nombre: Comisión:

Legajo: DNI: Carrera:

Justificar adecuadamente todas las respuestas.

1. *a)* Clasificar el siguiente sistema lineal según sean compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible, en función de los parámetros α y β.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ (\alpha - 1)y + 4z = 2 \\ (\alpha - 2)z = \beta \end{cases}$$

b) Para $\alpha = 1$ y $\beta = -\frac{1}{2}$, decribir el conjunto solución.

2. Considere los vectores

$$\overline{u_1} = (1, 2, 3, 1), \quad \overline{u_2} = (1, 3.5, 1), \quad \overline{u_3} = (0, 1, 2, 0), \quad \overline{u_4} = (1, 1, 1, 1) \quad \text{y} \quad \overline{u_5} = (0, -1, 1, 2)$$

a) Determinar si los vectores $\overline{u_1}, \overline{u_2}$ y $\overline{u_3}$ son linealmente indepentientes.

b) Determinar si $U = \{\overline{u_1}, \overline{u_2}, \overline{u_3}, \overline{u_4}, \overline{u_5}\}$ es un conjunto genereador de $\mathbb{R}^4$.

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
Av. Pellegrini 250, S2000BTP Rosario, Sta. Fe

Examen final - 03/02/2026 (Reg.-Lib.)

Apellido y nombre: Comisión:

Legajo: DNI: Carrera:

Regulares: 3, 4 y 5. Libres: 3, 4, 5, 6 y 7. Justificar adecuadamente todas las respuestas.

3. Dada la superficie de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 - kx + 2y - 8z - 15 = 0$, dar el o los valores de k para que represente una esfera de radio 6. Establecer las coordenadas de el/los centro/s.

4. De un grupo formado por 6 astrónomas - entre las que se encuentran Paula y Pía - y 8 físicas - entre las que se encuentran Cristina e Inés - se quiere seleccionar 2 astrónomas y 3 físicas para fomar una comisión. De cuántas formas puede hacerse

   a) sin restricciones adicionales?
   b) si Paula y Pía no pueden estar juntas?
   c) si Paula y Cristina no pueden estar juntas?
   d) si Pía e Inés deben formar parte de la comisión?

5. Dado el plano

$$\pi)\ x - z = 0,$$

   a) Hallar la distancia del punto $P(2, 0, 1)$ al plano π.
   b) Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta r que cumple simultáneamente:

   i) está contenida en el plano π,

   ii) pasa por el punto $Q(3, -1, 3)$ y

   iii) es paralela a uno de los ejes coordenados.

6. Sean la matrices

$$A = \begin{pmatrix} \alpha - 3 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

   a) Calcule el determinante de A en función del parámetro α.
   b) ¿Para qué valores de α la matriz $A + B$ es invertible?
   c) Fijando $\alpha = 1$, resuelva la ecuación matricial $AX + BX = -C$.

7. Halle, si existen, todos los valores $n \in \mathbb{N}$ tales que:

$$\binom{n}{4} + \binom{n}{5} = \binom{n}{6} + \binom{n}{7}$$