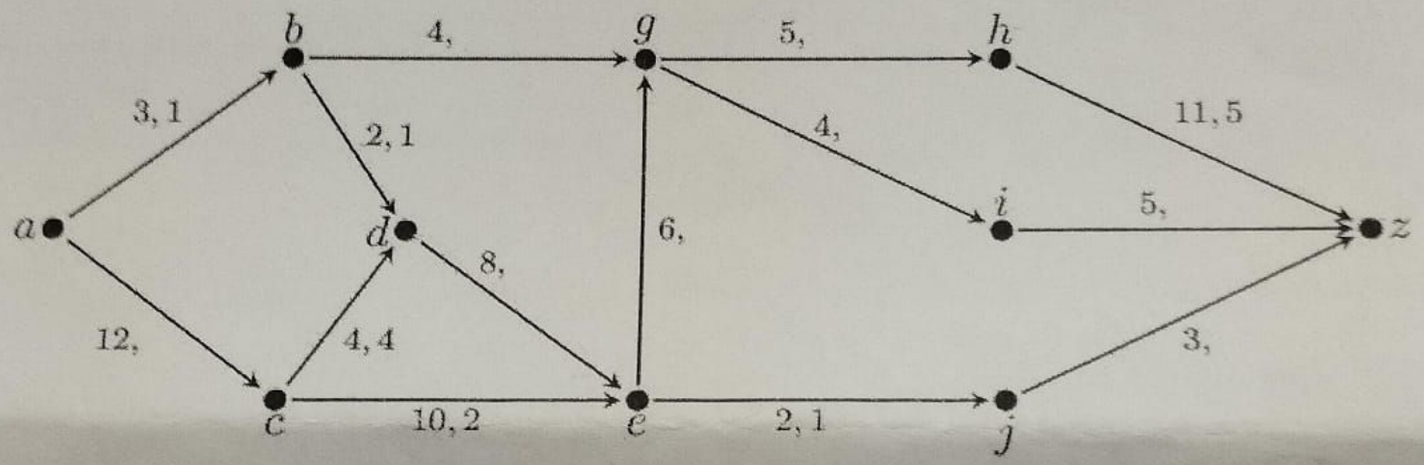
Justificar adecuadamente todas las respuestas.

1. En los arcos de la siguiente red $a - z$ se indica la capacidad de los mismos y también, aunque de manera incompleta, los valores de un flujo factible f.



   a) Complete los valores faltantes del flujo f.

   b) Halle un flujo máximo, iterando el algoritmo de Ford-Fulkerson a partir del flujo f.

   c) Halle un corte $a - z$ de capacidad mínima.

2. Considere el grafo no dirigido G asociado a la red del problema anterior.

   a) Determine el valor de $\chi(G)$.

   b) Halle un matching maximal M, que no sea máximo.

   c) ¿Existe algún camino M-aumentante en G? En caso positivo, exhíbalo. En caso negativo, justifique.

3. Sea $G = (V, E)$ un grafo planar tal que $\delta(G) \geqslant 3$. Demuestre que

$$|E| \leqslant 3r - 6,$$

donde r es la cantidad de regiones de una representación plana del grafo.

Justificar adecuadamente todas las respuestas.

1. Dado un grafo simple G sin vértices aislados, un subconjunto de vértices D de G es un *conjunto dominante total* de G si

$$\bigcup_{v \in D} N_G(v) = V(G).$$

Además, se define $\gamma_t(G) = \min\{|D| : D \text{ es dominante total de } G\}$.

a) Mostrar un conjunto dominante total del grafo H de la siguiente figura. Luego, hallar $\gamma_t(H)$.

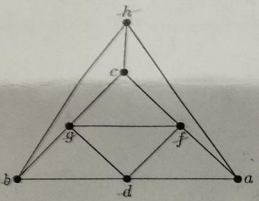


Figura 1: Grafo H.

b) Hallar $\gamma_t(K_n)$ para $n \geqslant 2$ y $\gamma_t(K_{n,m})$ para $n, m \geqslant 1$.

c) Probar que si G es k-regular entonces

$$\gamma_t(G) \geqslant \frac{|V(G)|}{k}.$$

Sugerencia: Probar que si D es un conjunto dominante total entonces $|V(G)| \leqslant k|D|$.

d) Demostrar que si $r \in \mathbb{N}$ entonces $\gamma_t(C_{4r}) = 2r$.

2. Considerar nuevamente el grafo H de la Figura 1.

a) Obtener los árboles recubridores de H mediante los algoritmos de búsqueda en profundidad y de búsqueda en anchura. Para ambos utilizar el orden alfabético.

b) Suponer que todas las aristas de H tienen peso 1. ¿Son ambos árboles obtenidos en el ítem anterior recubridores de peso mínimo?

3. Sean $n \in \mathbb{N}$ y G_n el grafo definido de la siguiente manera:

$$V(G_n) = \{v_i : i \in [3n]\}$$

$$v_i v_j \in E(G_n) \iff |i - j| \text{ no es múltiplo de } 3$$

a) Graficar G_1, G_2 y G_3, y para cada uno mencionar si es euleriano o hamiltoniano.

b) ¿Para qué valores de $n \in \mathbb{N}$ es G_n euleriano?, ¿y hamiltoniano?