1. Definir *función de A en B*, *conjunto imagen* y *gráfica* de una función.
2. Definir función *inyectiva*.
3. Probar que una función lineal con pendiente negativa es decreciente.
4. Probar que la suma de dos funciones crecientes en su dominio es creciente en su dominio.
5. Probar que la suma de dos funciones impares es una función impar.
6. Si la dosificación recomendada para un adulto de una droga es D (en mg, entonces para establecer la dosis apropiada c para un infante de edad a, el químico farmacéutico utiliza la ecuación $c = 0.0417D(a + 1)$. Considere que la dosis para un adulto es 200 mg. Indique cuál es la pendiente y explique que representa.
7. Definir $f \circ g$.
8. Definir *función inversa* y ejemplificar. Explique cómo se relacionan la gráfica de una función y la de su inversa.
9. Demostrar la Fórmula de cambio de base para el logaritmo.
10. Función arccos. Explicar, graficar.
11. Demostrar que la derivada de la función constante es la función constante cero.
12. Demostrar que si $f(x) = x^n$ entonces $f'(x) = nx^{n-1}$ para todo n natural mayor que 1.
13. Enunciar y demostrar la regla para la derivada de la suma de dos funciones.
14. Enunciar y demostrar la regla para la derivada del producto de dos funciones.
15. Definir el número e.
16. Calcular $lim_{x\to 1}\frac{x^{1000}-1}{x-1}$.
17. Definir función continua en un punto y función continua en un intervalo cerrado. ¿Puede ser f discontinua en a y continua en $[a, b]$?. Explique sobre los distintos tipos de discontinuidad.
18. Enuncie el Teorema: Caracter Local del Límite.
19. Enuncie el Teorema: Conservación del Signo para funciones continuas.
20. Enuncie el Teorema de la Compresión.
21. Enuncie y demuestre la propiedad sobre la continuidad en un número a sobre el cociente de dos funciones continuas en un número a.
22. Enuncie el teorema sobre el límite para la compsición de funciones. (Teor 8 del libro)
23. Enuncie y demuestre el teorema sobre continuidad para la composición de funciones. (Teor 9)
24. Enuncie el Teorema del valor Intermedio.
25. Enuncie el Teorema de Bolzano.
26. Enuncie el Teorema de Conservación del signo para funciones continuas.

    RESPUESTA:

    Teorema de Conservación del Signo

    Si f es una función continua en un números c, entonces existe un $\delta > 0$ tal que para todo $x \in (c - \delta, c + \delta)$, $f(x)$ tiene el mismo signo que $f(c)$.

    HACER DOS DIBUJITOS! Uno para el caso en que $f(c) > 0$ y otro en $f(c) < 0$.

    Observar con otro dibujito que si f no es continua en c no necesariamente existe un $\delta > 0$ tal que para todo $x \in (c - \delta, c + \delta)$, $f(x)$ tiene el mismo signo que $f(c)$.

27. Definir $\lim_{x\to a} f(x) = L$.

28. Definir $\lim_{x\to\infty} f(x) = L$.

29. Si $f(x) = x^3 + 1$, determina un número δ tal que

$$\text{si } 0 < |x-1| < \delta \text{ entonces } |f(x) - 2| < 0.1$$

(HACER DIBUJITO)

30. Si $g(x) = \sqrt{x}$, determina un número δ tal que

$$\text{si } 0 < |x-9| < \delta \text{ entonces } |f(x) - 3| < 0.01$$

(HACER DIBUJITO)

31. Si $h(x) = \dfrac{x^2-1}{x-1}$, determina un número δ tal que

$$\text{si } 0 < |x-1| < \delta \text{ entonces } |h(x) - 2| < 0.01$$

(HACER DIBUJITO)

32. Enuncie el teorema que justifica lo siguiente:
Si $\lim_{x\to 3} h(x) = 7$ entonces $\lim_{x\to 3} e^{h(x)} = e^7$

33. Definir Asíntota Horizontal

34. Definir Asíntota Vertical.

35. El número de bacterias después de t horas en un experimento de laboratorio contrlado es $n = f(t)$. ¿Cuál es el significado de $f'(5)$ y qué unidades tiene?

36. Probar que la derivada de la función seno es la función coseno.

37. Probar que la derivada de la función coseno es la función seno.

38. Enunciar la Regla de la Cadena

39. Dar la ley para f' si $f(x) = x|x|$.

40. Probar que si f es derivable en un número entonces es continua en dicho número.

41. Deducir la derivada de la función arccos.

42. Deducir la derivada de la función arcsen.

43. Deducir la derivada de la función arctan.

44. Deducir la derivada de la función $f(x) = a^x$.

45. Deducir la derivada de la función $f(x) = ln|x|$.

46. Desarrollar Aproximación Lineal y Diferencial de una función.

47. Eunuciar y probar la fórmula para la derivada de la inversa de una función.

48. Probar que $\text{senh}2x = 2\text{senh}x \cosh x$.

49. Enuncie el Teorema del Valor Extremo.

50. Enuncie y demuestre el Teorema de Fermat.

51. Explique el método del intervalo cerrado para hallar extremos absolutos.

52. Enuncie y demuestre el Teorema de Rolle.

53. Enuncie y demuestre el Teorema del Valor Medio.

54. Pruebe que si $f'(x) = 0$ en (a, b) entonces f es constante en (a, b).
55. Pruebe que si $f'(x) = g'(x)$ en (a, b) entonces existe un número c tal que $f(x) - g(x) = c$.
56. Pruebe que si $f'(x) > 0$ en (a, b) entonces f es creciente en (a, b).
57. Pruebe que si $f'(x) < 0$ en (a, b) entonces f es decreciente en (a, b).
58. Defina punto de inflexión.
59. Enuncie la prueba de la segunda derivada.
60. Probar la fórmula de integración por partes.

Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando la respuesta.

1. Toda función creciente en su dominio es inyectiva.
2. Toda función inyectiva es monótona.
3. La función $f(x) = \frac{x^3-5}{x^2+1}$ es impar.
4. La función $f(x) = \frac{x^3+7x}{x^2+1}$ es impar.
5. $e^{\ln x} = x$ para todo $x \in \mathbb{R}$
6. Toda función de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ admite inversa.
7. Dada la ley de función inyectiva f siempre es posible despejar x de $y = f(x)$ para obtener la ley de su inversa.
8. El dominio de $f(x) = \ln(x^2 - 1)$ es $D_f = \mathbb{R}^+$.
9. $\arccos\cos(2\pi) = 2\pi$
10. Si $0 < a < b$ entonces $\ln a < \ln b$.
11. La función $f(x) = 1/(x - 1)$ es inyectiva
12. La función $f(x) = 1/(x - 1)$ es decreciente en su dominio.
13. La función $f(x) = 1/(1 - x)$ es creciente en $(-\infty, 1)$.
14. Si $z > 0$ entonces $4 \ln z = (\ln z)^4$
15. Si $f(x) = 1 + 3x + \ln x$ entonces $f^{-1}(4) = 1$.
16. La función $f(x) = \cos(1/x)$ tiene una discontinuidad evitable en $x = 0$.
17. La función $f(x) = \text{sen}(1/x)$ asíntota vertical en $x = 0$.
18. La función $f(x) = x\text{sen}(1/x)$ tiene una discontinuidad evitable en $x = 0$.
19. Si no existe $\lim_{x\to a} f(x)$ entonces tampoco existe $\lim_{x\to a}(f - g)(x)$.
20. Si $x = 2$ es asíntota vertical para la gráfica $y = f(x)$ entonces $2 \notin D_f$.
21. Si $y = 2$ es asíntota horizontal para la gráfica $y = f(x)$ entonces $2 \notin Im_f$.
22. Si $f(1) = 3$ y $f(4) = 0$ entonces existe $c \in [1, 4]$ tal que $f(c) = 1.5$.
23. Si f es continua en $[1, 5]$ y la única solución de $f(x) = 6$ son $x = 1$ y $x = 4$ y además, $f(2) = 8$ entonces $f(3) > 6$.
24. La ecuación $x^{10} - 10x^2 + 5 = 0$ tiene una raíz en $(0, 2)$
25. Las gráficas de las funciones tienen como máximo una asíntota horizontal.
26. Si $\lim_{x\to 3} F(x) = 1$ entonces $F(3) = 1$.

27. Si $\lim_{x\to 0} |g(x)| = 1$ entonces $\lim_{x\to 0} g(x) = 1$.

28. La ecuación $x^{10} - 10x^2 + 5 = 0$ tiene una raíz en el intervalo $(0, 2)$.

29. $\lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{2x^2+1}}{3x-5} = -1$

30. $\lim_{x\to \infty} \frac{x+2}{\sqrt{9x^2+1}} = 0$

31. $\lim_{h\to 0} \frac{\sqrt[4]{16+h}-2}{h} = 0$

32. Si f es continua en un número entonces es derivable en dicho número

33. Muestre graficamente y explique tres motivos por los cuales una función no es derivable en un punto.

34. Probar que la función f es derivable en 0 si $f(x) = x^2\text{sen}(\pi/x)$ si $x \neq 0$ y $f(0) = 0$.

35. Si $F(x) = h(g(x))$ y $h(-1) = 9$, $h'(-1) = 5$, $h'(6) = 4$, $g(6) = -1$ y $g'(6) = 7$ entonces $F'(6) = 63$.

36. $\dfrac{1 + \tanh x}{1 - \tanh x} = e^{2x}$

37. El conjunto imagen de $g(x) = 1 + \cosh(x)$ es $[1, \infty)$.

38. El dominio de la función $h(x) = (x^2 - 1)^x$ es $(0, \infty)$.

39. Si una función tiene máximo y mínimo absoluto entonces es continua y su dominio es un intervalo cerrado.

40. Si una función tiene máximo y mínimo absoluto entonces es continua.

41. Una función siempre tiene máximo absoluto sobre un intervalo cerrado.

42. Si $f'(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ entonces existe un número c tal que $f(x) = c$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$

43. En un punto crítico de una función la derivada cambia de signo.

44. Si $f''(3) = 0$ entonces en $(3, f(3))$ es un punto de inflexión para la gráfica de la función.

Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando la respuesta.

1. La función g es continua en $x = 0$

$$g(x) = \begin{cases} x^4 \sin(\pi/x) & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

2. La función g es derivable en $x = 0$

$$g(x) = \begin{cases} x^4 \sin(\pi/x) & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

3. $\text{senh}(2x) = 2\text{senh}(x)\cosh(x)$

4. Si $h(x) = (\ln x)^x$ entonces $D_h = \mathbb{R}$

5. $\lim\limits_{x\to 4}\left(\dfrac{2x}{x-4} - \dfrac{8}{x-4}\right) = \lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x}{x-4} - \lim\limits_{x\to 4}\frac{8}{x-4}$

6. $\dfrac{d}{dx} f\left(\sqrt{x}\right) = \dfrac{f(x)}{2\sqrt{x}}$

7. $\dfrac{d}{dx}(f(x) = x^2 + 2^x + \pi^2) = 2x + 2^x \ln 2 + 2\pi$

8. Si $g = f^{-1}$ y $f(x) = 7x^5 + 8e^x + \text{senh}(x) + 1$ entonces $g'(9) = 1$.