Parcial 1

Pablo Verdes Dante Zanarini Pamela Viale Alejandro Hernández Mauro Lucci

1. Si A es un conjunto infinito numerable, $A \cup \{x\}$ es un conjunto infinito numerable.

   Demuéstrelo sin usar el teorema visto en clase donde se demostró que la unión numerable de conjuntos numerables es numerable. Puede suponer que $x \notin A$.

2. Sea $B = \{\frac{p}{q} \mid (\exists n \in \mathbb{N}, q = 2^n) \wedge (p \in \mathbb{N}, p < q)\}$. Pruebe que B es infinito numerable.

3. Se define inductivamente el conjunto S como el menor conjunto tal que:

   I. $(0, 0) \in S$

   II. Si $(a, b) \in S$ entonces $(a + 2, b + 3) \in S$

   III. Si $(a, b) \in S$ entonces $(a + 3, b + 2) \in S$

   a) Demuestre que $(10, 10) \in S$.

   b) Enuncie el principio de inducción primitiva para S.

   c) Sea $T = \{(x, y) \in \mathbb{N}_0^2 \mid \exists k \in \mathbb{N}_0, x + y = 5k\}$. Demuestre que $S \subseteq T$.

   d) Muestre que $(4, 1) \notin S$.

   e) ¿Es $S = T$? Justifique.

Nota: Resuelva cada ejercicio en hoja separada. No es necesario que separe los ítems de cada ejercicio.