Métodos Numéricos - LCC 2022
Docentes: Alejandro G. Marchetti, Juan Manuel Rabasedas, Brian Luporini
Segundo Parcial

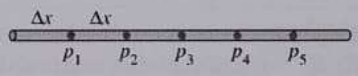
Nombre y Apellido:

Instrucciones Generales

- Realizar cada ejercicio en una hoja separada.
- En caso de utilizar funciones realizadas en Scilab se pide:
  - Indicarlo por escrito en la hoja correspondiente al ejercicio en que se utilizó Scilab.
  - Entregar los archivos de Scilab utilizados incluyendo (i) el código de las funciones empleadas, y (ii) en forma comentada el llamado a dichas funciones y la respuesta obtenida.

Práctica 4: Resolución de sistemas de ecuaciones lineales - Métodos directos

1) La matriz tridiagonal A que se muestra a continuación puede servir para calcular la conducción de calor no estacionaria en una barra para la cual las temperaturas en sus puntos $p_1, ..., p_5$ cambian con el tiempo.



La constante c de la matriz depende de la naturaleza física de la barra, de la distancia Δx entre los puntos de la barra, y del tiempo Δt que transcurra entre mediciones sucesivas de temperatura. Suponga que para $k = 0, 1, 2, ...$, un vector $\mathbf{x}^{(k)}$ en $\mathbb{R}^5$ enlista las temperaturas en el tiempo $t_k = k\Delta t$. Si ambos extremos de la barra se mantienen a 0 °C, entonces los vectores de temperatura satisfacen la ecuación

$$\mathsf{A}\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)}, \quad k = 0, 1, ...,$$

donde

$$\mathsf{A} = \begin{pmatrix} (1+2c) & -c & & & \\ -c & (1+2c) & -c & & \\ & -c & (1+2c) & -c & \\ & & -c & (1+2c) & -c \\ & & & -c & (1+2c) \end{pmatrix}$$

a) Programe una función en Scilab que dado un escalar c devuelva la matriz A definida arriba.

b) Encuentre la factorización LU de A cuando $c = 1$.

c) Suponga que $c = 1$ y $\mathbf{x}^{(0)} = (10, 12, 12, 12, 10)^\mathsf{T}$. Use la factorización LU de A para encontrar las distribuciones de temperatura $\mathbf{x}^{(1)}$, $\mathbf{x}^{(2)}$, $\mathbf{x}^{(3)}$ y $\mathbf{x}^{(4)}$.

Práctica 5: Resolución de sistemas de ecuaciones lineales - Métodos iterativos

2) Considere el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 10x_1 - x_2 + 2x_3 = 6 \\ -x_1 + 11x_2 - x_3 + 3x_4 = 25 \\ 2x_1 - x_2 + 10x_3 - x4 = -11 \\ 3x_2 - x_3 + 8x_4 = 15 \end{cases}$$

a) Pruebe que los métodos de Gauss-Seidel y Jacobi convergen para cualquier valor inicial $\mathbf{x}^{(0)} \in \mathbb{R}^4$.

b) Programe un función en Scilab que dado un vector inicial $\mathbf{x}^{(0)}$, resuelva el sistema anterior por el método de Jacobi y cuente la cantidad de iteraciones. Resuelva el sisitema con una tolencia de 10^{-5} y vector inicial $\mathbf{x}^{(0)} = (0, 0, 0, 0)^\mathsf{T}$.

c) Repita el ítem anterior con el método de Gauss-Seidel. ¿Cuál método realiza menos iteraciones?

Práctica 6: Aproximación de autovalores

3) Consideremos la matriz

$$\mathsf{A} = \begin{pmatrix} 9 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 8 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 7 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aplique el método de la potencia a A con dos estimaciones iniciales distintias del vector inicial, una tolerancia de 10^{-5} y una cantidad máxima de iteraciones de 100.