Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Ciencias de la Computación
Lógica

Nombre y Apellido: Legajo:

Examen Final

1. Demuestre los siguientes secuentes usando deducción natural. Realice una prueba en forma lineal y otra en forma de árbol.

a) $\vdash\ (p \to q) \to ((\neg p \to q) \to q)$

b) $(s \to p) \vee (t \to q)\ \vdash\ (s \to q) \vee (t \to p)$

2. Demostrar sin usar soundness/corrección:

a) $(p \wedge q) \to r,\ r \to s,\ q \wedge \neg s\ \models\ \neg p$

b) $(s \to p) \vee (t \to q)\ \models\ (s \to q) \vee (t \to p)$

3. Sea Γ un conjunto de fórmulas consistente y φ una fórmula satisfactible.

a) ¿Es consistente el conjunto $\Gamma \cup \{\varphi\}$?

b) Si φ es una tautología, ¿es consistente el conjunto $\Gamma \cup \{\varphi\}$?

En todos los casos, justifique.

4. Considere la fórmula:

$$\varphi\ \equiv\ \forall x \exists y Q(g(x), g(y), z)$$

donde Q y g tienen aridad 3 y 1, respectivamente. Encuentre modelos $\mathcal{M}, \mathcal{M}'$ y entornos s, s' tales que $\mathcal{M}, s \models \varphi$ y $\mathcal{M}', s' \not\models \varphi$.

5. Demuestre usando deducción natural:

a) $\exists x \exists y(S(x,y) \vee S(y,x))\ \vdash\ \exists x \exists y S(x,y)$

b) $\forall y Q(b,y),\ \forall x \forall y(Q(x,y) \to Q(s(x), s(y)))\ \vdash\ \exists z(Q(b,z) \wedge Q(z, s(s(b))))$

6. ¿Verdadero o falso? Justifique.

a) $\exists \bigcirc \exists \Box p\ \equiv\ \exists \Box \exists \bigcirc p$

b) $\forall \Box(p \to q)\ \equiv\ (\exists \bigcirc p \to \exists \bigcirc q)$

7. Considere el modelo $\mathcal{M}$ de la figura y calcule:

a) $\mathbf{Sat}(\forall\Box(a \to \exists\Diamond b))$

b) $\mathbf{Sat}(\exists[(a \wedge \neg b)\,\mathbf{U}\,\exists\Box b])$

