Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Ciencias de la Computación
Complementos de Matemática II

Nombre y Apellido: Legajo:

Examen Parcial

1. Sea $\sim$ una relación en $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ definida por $(a, b) \sim (c, d)$ sii $a + d = c + b$.

1. Mostrar que $\sim$ es una relación de equivalencia
2. Llamamos Z al cociente $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}) / \sim$. Definir un orden en Z tal que $\pi : \mathbb{N} \to Z$ definida por $\pi(x) = [(x, 0)]$ sea monótona.

2. En un retículo L se dice que $c \in L$ es un pseudo complemento de a con respecto a b si c es el máximo elemento de L tal que $a \wedge c \leq b$. De existir tal elemento se lo denota $a \Rightarrow b$. Un álgebra de Heyting es un retículo distributivo H con 0 y 1 tal que para todo par de elementos $a, b \in H$ existe un pseudo complemento de a con respecto a b.

1. Motrar que, si en un retículo L existe un pseudo complemento de a con respecto a b este es único.
2. Mostrar que en un álgebra de Heyting $a \leq b \Rightarrow c$ sii $a \wedge b \leq c$
3. Mostrar que en un álgebra de Heyting $a \leq b$ sii $a \Rightarrow b = 1$
4. Mostrar que en un álgebra de Heyting $a \vee (c \wedge d) \Rightarrow (a \vee c) \wedge (a \vee d) = 1$

3. Decidir en cada caso por verdadero o falso, justificando apropiadamente.

1. En todo retículo hay a lo sumo un maximal.
2. En todo retículo hay un minimal.
3. Sean $(P, \leq)$ y $(P', \leq')$ conjuntos ordenados isomorfos. Si uno de ellos tiene máximo, entonces el otro también tiene máximo.
4. Todo homomorfismo de retículos es monótono como función entre conjuntos ordenados.
5. Todo retículo de 4 elementos es distributivo.