Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Ciencias de la Computación
Complementos de Matemática II

Nombre y Apellido: Legajo:

Examen Final

1. Si $\mathcal{C}$ es una CCC, y S un objeto de la misma, entonces se puede definir un endofunctor $\mathsf{ST} : \mathcal{C} \to \mathcal{C}$ dado por la ley $\mathsf{ST}X = (X \times S)^S$.
En este ejercicio deberá probar que se puede dotar a ST de estructura monádica, es decir, deberá encontrar transformaciones naturales

$$\eta : \mathsf{Id} \dot{\to} \mathsf{ST}$$
$$\mu : \mathsf{ST} \circ \mathsf{ST} \dot{\to} \mathsf{ST}$$

Nota: deberá probar que ST es functor, y que las reglas que provee para η y μ son efectivamente transformaciones naturales. No se deben probar las leyes monádicas. Puede utilizar los teoremas y lemas vistos en clases.

2. Sea G un grupo finito. Diremos que dos elementos a, b de G son conjugados si para algún g resulta $gag^{-1} = b$.

1. Probar que la relación de conjugación es una relación de equivalencia. A las clases de equivalencia de esta relación les llamaremos *clases de conjugación*.
2. Probar que todos los elementos de una misma clase de conjugación tienen el mismo orden.
3. Probar o refutar: si dos elementos tienen el mismo orden, entonces pertenencen a la misma clase de conjugación.

3. Sobre retículos.

1. Sea L un retículo. Probar que $((a \wedge b) \vee (a \wedge c)) \wedge ((a \wedge b) \vee (b \wedge c)) = a \wedge b$ para todos los elementos a, b, c en L.
2. Sea L un retículo modular. Probar que si $a \vee b = a \vee c$ y $a \wedge b = a \wedge c$, entonces $b = c$, para todos los elementos a, b y c en L, con $b \geq c$ o $c \geq b$.