ALGEBRA Y GEOMETRIA I (01-08-11)

Apellido.....Nombres.....

División.....Legajo.....e-mail.....

a) Alumnos con los parciales de Geometría Lineal y Cónicas aprobados resuelven los problemas: 2-7-8.
b) Alumnos libres resuelven los problemas 2-3-4-6-7-8.
c) Problemas correspondientes a Geometría Lineal: 3-4
d) Problemas correspondientes a Cónicas: 5-6
e) En cualquiera de los casos, los alumnos que no hayan aprobado la evaluación correspondiente al área de ingreso deben resolver además el problema 1.

Tiempo estimado: media hora, en promedio, por problema.

Problema 1

a) Encuentre un polinomio a coeficientes reales de grado 5, que tenga a: –1 como raíz doble, 2 y –1+2 i como raíz simple. Explique porqué la respuesta no es única.
b) Escriba en forma polar el número $z = (-1 + i)^{50}$

Problema 2

a) Resuelva la ecuación $x! = 110(x-2)!$
b) Escriba el término que contiene x^{31} en el desarrollo de $(\frac{2x^2}{y} - \frac{y^2}{x})^{20}$.
c) Analice si la siguiente afirmación es o no correcta: un conjunto de 11 elementos distintos admite 110 subconjuntos no ordenados de dos elementos distintos.

Problema 3

Analice si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique.

a) $(\vec{u} \times \vec{v})^2 = |\vec{u}|^2 |\vec{v}|^2 - |\vec{u} \wedge \vec{v}|^2$ ($\times$ y $\wedge$ denotan producto escalar y vectorial respectivamente).
b) Los puntos (2, 1, 6); (4, 7, 9); (8, 5, -6) son los vértices de un triángulo rectángulo.
c) $A = \{(x, y) \in R^2: x - y < 1\}$ contiene al punto P (1, -1).

Problema 4

a) Halle la ecuación de la recta determinada por los puntos A(1,-3,4) y B(2,-2,7).
b) Obtenga las coordenadas del punto simétrico de P(1,-3,7), respecto de la recta cuya ecuación fue obtenida en el ítem a).

Continúa atrás

Problema 5

a) Halle la ecuación de la circunferencia concéntrica a la circunferencia de ecuación $x^2+y^2-4x+6y-17=0$, que sea tangente a la recta de ecuación $3x-4y+7=0$.

b) Obtenga las coordenadas del punto de tangencia. Sugerencia: lo puede obtener como intersección de dos rectas.

Problema 6

a) Reduzca y grafique la curva de ecuación $x^2-\sqrt{3}xy+2y^2=3$.

b) Halle (en el mismo sistema en que está dada la ecuación) las coordenadas del foco que se encuentra en el primer cuadrante.

Problema 7

a) Realice un estudio completo y grafique la superficie de ecuación: $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{9}=0$.

b) Analice si la superficie es de revolución. Justifique.

c) Encuentre la ecuación de la proyección sobre el plano coordenado XY de la curva que resulta al interceptar la superficie con un plano paralelo al coordenado XY que contiene al punto (1, 2, -2). Reconozca la curva proyección y grafique la misma.

Problema 8

Reconozca y represente gráficamente, cuando sea posible, los siguientes conjuntos:

a) $A=\{(x,y,z)\in R^3:(x-3)^2+(y-2)^2=4\}$

b) $B=\{(x,y,z)\in R^3:(x+2)^2+(y-2)^2+z^2=-1\}$

c) $C=\{(x,y,z)\in R^3 \quad y=3x^2+9z^2\}$