FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

LIC. y PROF. EN MATEMÁTICA - LIC. EN CS. DE LA COMPUTACIÓN

ÁLGEBRA LINEAL: Examen Final. Parte 1: Promovidos - Regulares - Libres

Turno julio - agosto 2017

Nombre: Legajo: Carrera:

1. Sean $u, v \in \mathbb{R}^4$ y $u \cdot v = u_1v_1 + 2u_2v_2 + 3u_3v_3 + 4u_4v_4$.
   (a) Probar que esta operación define un producto interno en $\mathbb{R}^4$.
   (b) Si $u = (1, 0, 1, 0)$, $v = (1, -1, 0, 1)$ y $W = gen\{u, v\}$, determinar la dimensión y una base para $W^{\perp}$.
2. Si A y B son dos matrices semejantes, demostrar que ambas tienen los mismos autovalores.
3. Hallar la forma canónica de Jordan de la matriz $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & -2 \\ -4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

4. Sea $\mathbb{K}$ un cuerpo y $T : \mathbb{K}^3 \to \mathbb{K}^3$ una función definida por
$$T(x_1, x_2, x_3) = (5x_1 + x_2 + x_3, -x_1 + 3x_2, 10x_1).$$
   (a) Verificar que T es una transformación lineal.
   (b) Si $(a, b, c) \in \mathbb{K}^3$, qué condiciones deben verificar a, b y c para que dicho vector esté en la imagen de T?
   (c) ¿Cuál es el rango de T?
   (d) Si $(a, b, c) \in \mathbb{K}^3$, qué condiciones deben verificar a, b y c para que dicho vector esté en el espacio nulo de T?
   (e) ¿Cuál es la dimensión de $nul(T)$?
5. Siendo $u = (5, -11, 3, -16)^T$, mostrar que pertenece a un subespacio H cuya base es $\mathcal{B} = \{(1, 2, 3, 4)^T, (3, -1, 5, 0)^T\}$ y encontrar $[u]_{\mathcal{B}}$.
6. Elegir h y k de tal forma que el sistema dado tenga, si es posible, solución única, no tenga solución o tenga muchas soluciones
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + hx_2 = 2 \\ 2x_1 + x_2 = k \end{cases}$$