FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ANÁLISIS MATEMÁTICO II - 2024

**Examen final práctico - 04/07/2024**

PM - LM - LCC - PF - LF

Apellido y Nombre: Carrera: Legajo:

PARTE 1: PROMOVIDOS - REGULARES - LIBRES

1. Dada la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2} & si \quad (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & si \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   *a*) ¿Es $f$ continua en $(0,0)$?

   *b*) Hallar, si existe, $\nabla f(0,0)$ y $f_x(x,y)$

   *c*) ¿En qué direcciones $\vec{v}$ tal que $|\vec{v}| = 1$ existe $D_{\vec{v}} f(0,0)$? Justificar adecuadamente.

   *d*) ¿Es $f$ diferenciable en $(0,0)$? Justificar adecuadamente.

2. Sea $g(x) = x^2 e^x$

   *a*) Hallar $T_n(g,0)(x)$.

   *b*) Indicar cuántos términos, como mínimo, se requieren para obtener un valor aproximado de $e$ con error menor a $10^{-4}$.

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ANÁLISIS MATEMÁTICO II - 2024

**Examen final práctico - 04/07/2024**

PM - LM - LCC - PF - LF

Apellido y Nombre: Carrera: Legajo:

PARTE 2: REGULARES - LIBRES

3. Obtener el valor de $c \in \mathbb{R}$ para el cual la siguiente integral impropia converge y evaluar la integral para ese valor de $c$.

$$\int_1^{+\infty} \left( \frac{cx}{x^2+2} - \frac{1}{3x} \right) \, dx.$$

4. Indicar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas justificando adecuadamente:

   *a*) La ecuación de la recta tangente a la gráfica de $F(x) = \int_{5x}^{0} \sqrt{t^2+1} \, dt$ en el punto de abscisa $x = 0$ es $y = x$.

   *b*) Existe un único punto sobre la curva $r(t) = (5 \operatorname{sen} t, 5 \cos t, 12t)$ que determina con el punto $P(0, 5, 0)$ un arco de curva de longitud $26\pi$.

5. Dada la región $R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 4 \; ; 0 \leq x \leq \frac{y^2}{4} \right\}$.

   *a*) Graficar la región $R$.

   *b*) Calcular el volumen del sólido obtenido al girar esta región alrededor de la recta $y = 4$.