Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Ciencias de la Computación
Complementos de Matemática II

Nombre y Apellido: Legajo:

# Examen Parcial

**1.** Sea $(G, \oplus)$ un grupo y sea $(S, \otimes)$ un semigrupo. Sea además $f : (G, \oplus) \to (S, \otimes)$ un homomorfismo de semigrupos.
Mostrar que si $f$ es sobreyectiva entonces $S$ es un grupo.

**2.** Si $H$ y $K$ son subgrupos de $G$, $K$ normal, tal que $H \cap K = \{e\}$ y $G = HK$. Probar:

1. Si $h_1k_1 = h_2k_2$, con $h_1, h_2 \in H$ y $k_1, k_2 \in K$, entonces $h_1 = h_2$.
2. $G/K \cong H$.

**3.** Se define la categoría $\mathsf{Set}_*$ cuyos objetos son pares de la forma $(X, x)$ donde $X$ es un conjunto y $x \in X$, y un morfismo de $(X, x)$ a $(Y, y)$ es una función de $X$ a $Y$ que lleva $x$ a $y$.

1. Definir los productos en $\mathsf{Set}_*$.
2. Determinar si $\mathsf{Set}_*$ tiene objeto cero.
3. Dotar de estructura functorial a la asignacion $F : \mathsf{Set} \to \mathsf{Set}_*$ que mapea $X \mapsto (X \cup \{e\}, (1, e))$.
4. Determinar si el functor definido en el apartado anterior preserva productos.

**4.** Probar o refutar: Sea $C$ una categoría con cero. Si $i : 0 \to X$ es kernel de $f : X \to Y$, entonces $f$ es monomorfismo.