Álgebra y Geometría Analítica I

Segundo parcial – 2 de Mayo de 2017 – Tema 1

1. Sea $A = \{\mathbb{N}, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \{7\}\}$.

   a) Determinar, por extensión los conjuntos $B = \{x \in A \ / \ x^2 - 2 \in A\}$, $C = \{x \in A \ / \ x \text{ es impar}\}$ y $D = \{E \in \mathcal{P}(A) \ / \ E \text{ tiene 2 elementos}\}$.

   b) En cada caso, intercalar un smbolo para obtener una proposición verdadera.

   1) $\{1\}....B$
   2) $5....B$
   3) $1....C$
   4) $\{1, 5\}....D$
   5) $\{\{1, 3\}, \{1, 5\}\}....D$
   6) $\{7\}....A$
   7) $\mathbb{N}....\mathcal{P}(A)$
   8) $\{\mathbb{N}\}....\mathcal{P}(A)$

2. Sea $A = \{\text{funciones } f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$.

   a) Probar que en A la relación $f \approx g \Leftrightarrow f(0) = g(0)$ es de equivalencia. Dar 3 elementos distintos equivalentes a $h(x) = x^2 + 1$.

   b) Probar que en A la relación $f \preceq g \Leftrightarrow f(x) \leq g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$ es de orden. Es de orden total? Dar 3 elementos distintos anteriores a $h(x) = x^2 + 1$.

3. Sea $\mathcal{R}$ la relación definida por $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \ / \ x - 1 \leq y \leq x + 1\}$.

   a) Esbozar su gráfica.

   b) Hallar:

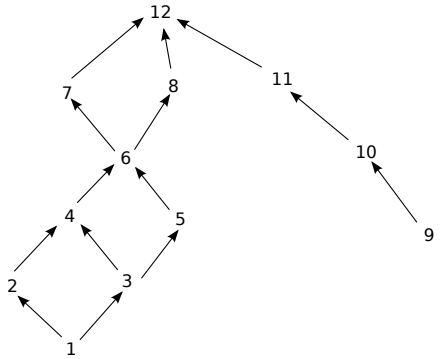
   1) $\mathcal{R}(\{0\})$
   2) $\mathcal{R}(\mathbb{R}^+)$
   3) $\mathcal{R}((0, 1])$
   4) $\mathcal{R}^{-1}(\{0\})$
   5) $\mathcal{R}^{-1}(\mathbb{R}^+)$
   6) $\mathcal{R}^{-1}([1, 3))$

4. Determinar si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa, justificando la respuesta.

   a) Si $A \subseteq B$, entonces $\mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$, A, B conjuntos.

   b) $(A \times B) \cup (C \times D) = (A \cup C) \times (B \cup D)$, A, B, C, D conjuntos.

   c) Considerar el conjunto ordenado como muestra el gráfico siguiente:



   1) $1 \leq 7$
   2) Existe primer elemento.
   3) Existe elemento maximal.
   4) $inf\{6, 11\} = 1$

Álgebra y Geometría Analítica I

Primer parcial – 2 de Mayo de 2017 – Tema 2

1. Sea $X = \{\{1\}, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \mathbb{Q}\}$.

   a) Determinar, por extensión los conjuntos $Y = \{x \in X \ / \ x^2 - 2 \in X\}$, $Z = \{x \in X \ / \ x \text{ es impar}\}$ y $W = \{V \in \mathcal{P}(X) \ / \ V \text{ tiene 2 elementos}\}$.

   b) En cada caso, intercalar un smbolo para obtener una proposición verdadera.

   1) $\{1\}....Y$
   2) $5....Y$
   3) $1....Z$
   4) $\{1, 5\}....W$
   5) $\{\{2, 3\}, \{2, 5\}\}....W$
   6) $\{7\}....X$
   7) $\mathbb{Q}....\mathcal{P}(X)$
   8) $\{\mathbb{Q}\}....\mathcal{P}(X)$

2. Sea $X = \{\text{funciones } f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$.

   a) Probar que en X la relación $f \approx g \Leftrightarrow f(0) = g(0)$ es de equivalencia. Dar 3 elementos distintos equivalentes a $h(x) = x^2 - 1$.

   b) Probar que en X la relación $f \preceq g \Leftrightarrow f(x) \leq g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$ es de orden. Es de orden total? Dar 3 elementos distintos anteriores a $h(x) = x^2 - 1$.

3. Sea $\mathcal{R}$ la relación definida por $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \ / \ -x \leq y \leq -x + 2\}$.

   a) Esbozar su gráfica.

   b) Hallar:

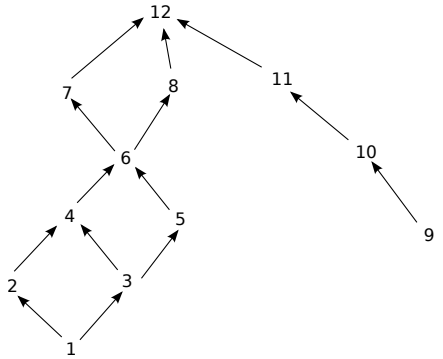
   1) $\mathcal{R}(\{0\})$
   2) $\mathcal{R}(\mathbb{R}^+)$
   3) $\mathcal{R}((-1, 1])$
   4) $\mathcal{R}^{-1}(\{0\})$
   5) $\mathcal{R}^{-1}(\mathbb{R}^+)$
   6) $\mathcal{R}^{-1}([-1, 1))$

4. Determinar si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa, justificando la respuesta.

   a) $(X \times Y) \cup (Z \times W) = (X \cup Z) \times (Y \cup W)$, X, Y, Z, W conjuntos.

   b) Si $Z \subseteq W$, entonces $\mathcal{P}(Z) \subseteq \mathcal{P}(W)$, Z, W conjuntos.

   c) Considerar el conjunto ordenado como muestra el gráfico siguiente:



   1) $2 \leq 8$
   2) Existe último elemento.
   3) Existe elemento minimal.
   4) $inf\{4, 11\} = 1$