Métodos Numéricos - LCC 2022
Docentes: Alejandro G. Marchetti, Juan Manuel Rabasedas, Brian Luporini
Tercer Parcial

Nombre y Apellido:

Instrucciones Generales

- Realizar cada ejercicio en una hoja separada.
- En caso de utilizar funciones realizadas en Scilab se pide:
  - Indicarlo por escrito en la hoja correspondiente al ejercicio en que se utilizó Scilab.
  - Entregar los archivos de Scilab utilizados incluyendo (i) el código de las funciones empleadas, y (ii) el llamado a dichas funciones y en forma comentada la respuesta obtenida.

Práctica 7: Interpolación polinomial y aproximación de funciones

1) Consideremos la siguientes siguiente tabla que muestra el promedio mensual de la temperatura (°C) mínima y máxima en la ciudad de Rosario durante el año 2022[1].

Mes	Ene22	Feb22	Mar22	Abr22	May 22	Jun22	Jul22	Ago22	Sep22	Oct22
Max.	32.9	30.8	26.4	24.2	19.2	16.5	19.3	21	23	26.2
Mín.	19.5	15.5	13.1	9.8	5.7	2.2	5.3	4.7	6	10.5

Sea $p_n(x)$ el polinomio de aproximación de mínimos cuadrados de grado menor o igual a n que se obtiene de tomar para $x_1 = 1$ el valor promedio de temperatura máxima en Ene22, para $x_2 = 2$ el valor de la máxima en Feb22, etc. Dicho polinomio se puede obtener como solución del problema de mínimos cuadrados

$$\mathsf{A}^\mathsf{T}\mathsf{A}\mathbf{x} = \mathsf{A}^\mathsf{T}\mathbf{b}$$

donde

$$\mathsf{A} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{10} & x_{10}^2 & \dots & x_{10}^n \end{bmatrix} \tag{1}$$

a) Obtenga los polinomios de aproximación de mínimos cuadrados $p_3(x)$, $p_5(x)$, $p_7(x)$ y $p_9(x)$ invirtiendo la matriz $\mathsf{A}^\mathsf{T}\mathsf{A}$ utilizando la función `inv` de Scilab. Grafique en el mismo gráfico los 4 polinomios obtenidos usando un espaciado de 0.1. En el mismo gráfico grafique los puntos de la tabla.

b) Obtenga los polinomios de aproximación de mínimos cuadrados $p_3(x)$, $p_5(x)$, $p_7(x)$ y $p_9(x)$ aplicando la factorización QR al problema de mínimos cuadrados. Para ello, utilice la función `qr` de Scilab y obtenga la solución invirtiendo la matriz R usando la función `inv` de Scilab. Grafique en un nuevo gráfico los 4 polinomios obtenidos usando un espaciado de 0.1 junto con los puntos de la tabla.

[1] https://datos.rosario.gob.ar/ambiente/clima-e-hidrologia

c) Explique cualquier discrepancia observada en los polinomios obtenidos en los items a) y b). ¿Tuvo alguna dificultad en obtener las soluciones de mínimos cuadrados por alguno de los métodos?

d) ¿Cuál de los cuatro polinomios emplearía para aproximar los datos? Justificar.

Práctica 8: Integración numérica

2) Se sabe que $\ln 2 = \int_1^2 \frac{1}{x}\, dx$.

a) Calcule una aproximación de $\ln 2$ usando el método compuesto del trapecio para 4 subintervalos.

b) Determine la cantidad de subintervalos necesaria para que el error sea menor que 10^{-6}.