Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Ciencia de la Computación
Complementos de Matemática II

Nombre y Apellido:

# Examen Final (regulares y libres)

**1.** Sean $(L, \leq)$ un retículo y $M$ un subrretículo de $L$. Decimos que $M$ es *convexo* si $x \leq z \leq y \implies z \in M$ para todos $x, y \in M$. Probar o refutar: si todos los subrretículos de $L$ son conexos, entonces $\leq$ es un orden total.

**2.** Sea $M$ un monoide finito. Probar que $M$ es un grupo si y sólo si tiene un único elemento idempotente (es decir, si existe un único $x \in M$ tal que $x^2 = x$).

**3.** Sea $G$ un grupo, $H$ un subgrupo de $G$, y $N \triangleleft G$. Probar que:

**a)** $H \cap N \triangleleft H$.

**b)** $HN$ es un subgrupo de $G$, donde $HN = \{hn : h \in H, n \in N\}$.

**c)** $N \subseteq HN$ y $N \triangleleft HN$.

**d)** $(HN)/N \simeq H/(H \cap N)$.

**4.** Sean $\mathcal{A} \underset{G_2}{\overset{F_1}{\rightleftarrows}} \mathcal{B} \underset{G_1}{\overset{F_2}{\rightleftarrows}} \mathcal{C}$ adjunciones, mostrar que $\mathcal{A} \underset{G_2 \circ G_1}{\overset{F_2 \circ F_1}{\rightleftarrows}} \mathcal{C}$ es una adjunción.

**5.** Sea $\mathcal{C}$ una categoría con coproductos y objetos terminales.

**a)** Definir un funtor $T : \mathcal{C} \to \mathcal{C}$ tal que $T(C) = C + 1$ para todo objeto $C$ de $\mathcal{C}$.

**b)** Dotar de estructura monádica al funtor $T$.