Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Departamento de Matemática - Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
ÁLGEBRA y GEOMETRÍA ANALÍTICA I - 2015
Licenciatura en Ciencias de la Computación

Examen final - 30 de junio de 2015

Nombre y Apellido:..... Legajo:.....

Alumnos promovidos, regulares y libres

1. Hallar la descomposición factorial de

$$p(x) = x^4 + kx^3 + 5x^2 - 4x + 4$$

sabiendo que el resto de dividir p por $x - 1$ es 2.

2. *a*) Hallar el valor de a de manera que la recta

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + at \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

b) Encontrar el punto del plano donde la recta r_1 hallada en *a*) se intersecta con la recta $r_2 : \; x - y - 5 = 0$.
c) Dar la ecuación general de la recta r_2 paralela a r_1 que pasa por el punto $(3, 2)$.
d) Graficar ambas rectas.
e) Determinar la distancia de la recta r_2 al punto $P(1, 1)$.

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Departamento de Matemática - Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
ÁLGEBRA y GEOMETRÍA ANALÍTICA I - 2015
Licenciatura en Ciencias de la Computación

Examen final - 30 de junio de 2015

Nombre y Apellido:..... Legajo:.....

Alumnos regulares y libres

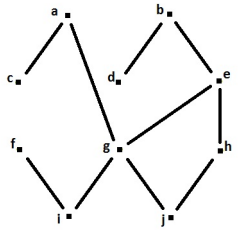
1. En cada uno de los siguientes casos, encontrar las componentes de un vector $\bar{u}$ que verifique las condiciones indicadas y analizar si el mismo es único o no.
   a) $\bar{u} \in \mathbb{R}^2$ y es un versor paralelo a $\bar{v} = \bar{i} + 3\bar{j}$.
   b) $\bar{u} \in \mathbb{R}^2$ y sus cosenos directores son $\frac{\sqrt{3}}{2}$ y $\frac{-1}{2}$.
   c) $\bar{u} \in \mathbb{R}^3$ y es combinación lineal de $\bar{v} = (0, 1, 4)$ y $\bar{w} = (1, 6, 7)$.
   d) $\bar{u} \in \mathbb{R}^3$, es normal al vector $\bar{v} = (-1, 1, 2)$ y su tercer componente es 3.
2. Sean $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$ y la relación

$$R = \{(1, 4), (2, 4), (3, 8), (4, 12), (5, 12), (6, 12), (7, 14), (8, 14)\}$$

   a) Hallar $R(\{2, 3, 4\})$ y $R^{-1}(\{2, 4, 6, 8\})$
   b) Determinar si R es o no una función. En caso de serlo, analizar si es inyectiva y/o sobreyectiva.
   c) Buscar conjuntos $A \subseteq X$ y $B \subseteq Y$ tales que la restricción de R a A y B sea biyectiva.
   d) Dar una función $g : Y \mapsto \mathbb{N}$ tal que goR esté definida por

$$\{(1, 1), (2, 1), (3, 3), (4, 5), (5, 5), (6, 5), (7, 2), (8, 2)\}$$

3. Sea $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$. Considerar la relación de orden $\mathcal{R}$ en A dada por el siguiente diagrama



   a) Es $\mathcal{R}$ un orden total? Es $\mathcal{R}$ un retículo?
   b) Determinar los elementos maximales y minimales de $B = \{e, g, i\}$, $C = \{f, g, h\}$, $D = \{c, g, i\}$ y $E = \{b, d, e\}$.
   c) Determinar las cotas superiores e inferiores de los conjuntos B, C, D y E. Poseen estos conjuntos supremos y/o ínfimos?
4. Determinar si cada uno de los siguientes enunciados es verdadero o falso, justificando la respuesta:
   a) Si $f : X \mapsto Y$ es una función, $A \subseteq X$ y $B \subseteq Y$, entonces $f(A \cap f^{-1}(B)) = f(A) \cap B$.
   b) Si A, B y C son conjuntos tales que $A \in B$ y $B \in C$, entonces $A \in C$.
   c) Si $\mathcal{R}$ es una relación reflexiva en un conjunto A, entonces para todo $a \in A$ existe $B \in A$ tal que $a\mathcal{R}b$.
   d) Si $\mathcal{R}$ es una relación en un conjunto A tal que para todo $a \in A$ existe $B \in A$ tal que $a\mathcal{R}b$, entonces $\mathcal{R}$ es reflexiva.

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Departamento de Matemática - Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
ÁLGEBRA y GEOMETRÍA ANALÍTICA I - 2015
Licenciatura en Ciencias de la Computación

Examen final - 30 de junio de 2015

Nombre y Apellido:..... Legajo:.....

Alumnos libres

1. Sean los subconjuntos de $\mathbb{R}$: $A = [3, 5]$, $B = (4, \infty)$ y $C = (0, 4)$.
   a) Hallar $(A \cup C) \triangle B$, $\overline{A \cap B}$, $B - C$ y $A - C$.
   b) Representar los conjuntos $A \times B$ y $B \times C$.
   c) Si $D = \{A, B, C\}$. Decir cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles son falsas, justificando adecuadamente.

   1) $A \in D$
   2) $3 \in A$
   3) $5 \in D$
   4) $5 \in B$
   5) $D \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{R})$
   6) $C \subseteq D$
   7) $A \cup B \in D$
   8) $A \cup B \in \mathcal{P}(\mathbb{R})$
   9) $(B \cup C \cup \{4\}) \cap A \in D$

2. Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y sea $\mathcal{R}$ la relación en A definida por

$$\mathcal{R} = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (3,4)(3,5), (4,3), (4,4), (4,5), (5,4), (5,5), (6,6)\}$$

   Decidir si $\mathcal{R}$ es o no una relación de equivalencia. En caso afirmativo, escribir sus clases de equivalencia.

3. *a*) Hallar la ecuación de la recta del plano cuyos puntos equidistan de los puntos $(1, 0)$ y $(3, 4)$.
   b) Obtener la ecuación de una recta paralela a la anterior que forme un triángulo de área 4 con los ejes coordenados.