Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Departamento de Matemática - Escuela de Ciencias Exactas y Naturales

ÁLGEBRA y GEOMETRÍA ANALÍTICA I - 2015

Licenciatura en Ciencias de la Computación

Examen Final - Septiembre de 2015

Nombre y Apellido:..... Legajo:.....

Alumnos promovidos, regulares y libres

1. Hallar un polinomio $p \in \mathbb{R}[x]$ de grado mínimo que satisfaga simultáneamente las siguientes condiciones:
   a) el resto de dividir p por $x - 3$ es 2.
   b) $p(-2 + i) = 0$.
   c) las raíces racionales de $q(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 + x^2 + x + \frac{1}{2}$ son también raíces de p.
2. Sean $A(-3, 1)$, $B(5, 1)$ y $C(6, 5)$ los vértices de un triángulo.
   a) Hallar la ecuación paramétrica de la recta sostén del lado AC.
   b) Calcular la distancia de B a la recta hallada en *a*).
   c) Determinar el área del triángulo ABC.
   d) Dar la ecuación general de la recta paralela a la recta hallada en *a*) que pasa por el punto $(3, 2)$.

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Departamento de Matemática - Escuela de Ciencias Exactas y Naturales

ÁLGEBRA y GEOMETRÍA ANALÍTICA I - 2015

Licenciatura en Ciencias de la Computación

Examen Final - Septiembre de 2015

Nombre y Apellido:..... Legajo:.....

Alumnos regulares

1. Sean los vectores $\bar{u} = (-2, -1)$, $\bar{v} = (1, 0)$ y $\bar{w} = (-2, -1)$
   a) Hallar el ángulo formado por $\bar{v}$ y $\bar{w}$.
   b) Hallar el vector proyección de $\bar{u}$ sobre $\bar{w} + 3\bar{v}$.
2. Sean f y g dos funciones de $\mathbb{N}$ en $\mathbb{N}$.
   a) Probar que la correspondencia

   $$h : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mapsto \mathbb{N} \qquad h(m, n) = f(m + n) + g(m + n)$$

   es una función.
   b) Dar la ley de h si $f(x) = 3x$ y $g(x) = 2x^2 - 1$.
   c) Analizar si cada uno de los siguientes enunciados es verdadero o falso, justificando la respuesta.
      1) Si f y g son suryectivas, h también lo es.
      2) Si f y g son inyectivas, h también lo es.
3. Sea A el conjunto de las funciones continuas de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$.
   a) Se define en A la relación $f \equiv g$ si y solo si $f(0) = g(0)$.
      1) Probar que $\equiv$ es una relación de equivalencia en A.
      2) Dar 3 elementos equivalentes a $cos(x)$ y 3 equivalentes a $x^2 - 1$.
   b) Se define en A la relación $f \leq g$ si y solo si $f(0) \leq g(0)$.
      1) Probar que $\leq$ es una relación de orden en A.
      2) Dar 3 elementos anteriores y 3 elementos posteriores a $cos(x)$.
      3) Analizar si $\leq$ es un orden total en A.
      4) Analizar si $\leq$ induce una estructura de retículo en A.
4. Determinar si cada uno de los siguientes enunciados es verdadero o falso, justificando la respuesta:
   a) Sean $\bar{u}$, $\bar{v}$ y $\bar{w}$ vectores de $\mathbb{R}^3$. Si $\bar{u}$ es normal a $\bar{v}$ y $\bar{v}$ es normal a $\bar{w}$, entonces $\bar{u}$ es normal a $\bar{w}$.
   b) Sean $f : A \mapsto B$ una función y $X, Y \subseteq A$.
      1) Si $X \subsetneq Y$, entonces $f(X) \subsetneq f(Y)$.
      2) $f(X \cup Y) = f(X) \cup f(Y)$.
   c) La distancia del punto $(1, 1)$ a la recta $3x - 2y + 1 = 0$ es 3.

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Departamento de Matemática - Escuela de Ciencias Exactas y Naturales

ÁLGEBRA y GEOMETRÍA ANALÍTICA I - 2015

Licenciatura en Ciencias de la Computación

Examen Final - Septiembre de 2015

Nombre y Apellido:..... Legajo:.....

Alumnos libres

1. Hallar la ecuación de una recta que pasa por el punto de intersección de las rectas $2x+y-1=0$ y $y=3x+1$ y cuya distancia al origen sea 0.
2. Sean A y B conjuntos tales que $A \subseteq B$. Se define en $\mathcal{P}(A)$ la siguiente relación

$$X \equiv Y \Leftrightarrow X \cap B = Y \cap B$$

   a) Demostrar que $\equiv$ es una relación de equivalencia. Si $A = \{1,2,3,4,5\}$ y $B = \mathbb{N}$, describir la clase de equivalencia de $X = \{1,2\}$.

   b) Determinar si $\equiv$ es o no una relación de orden en $\mathcal{P}(A)$, justificando la respuesta.