Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Departamento de Matemática - Escuela de Ciencias Exactas y Naturales

ÁLGEBRA y GEOMETRÍA ANALÍTICA I - 2015

Licenciatura en Ciencias de la Computación

Primer examen parcial - 24 de abril de 2015

Nombre y Apellido:..... Legajo:.....

---

1. Sean los subconjuntos de $\mathbb{R}$: $A = [3, 5]$, $B = (4, \infty)$ y $C = (0, 4)$.
   a) Hallar $(A \cup C) \triangle B$, $\overline{A \cap B}$, $B - C$ y $A - C$.
   b) Representar los conjuntos $A \times B$ y $B \times C$.
   c) Si $D = \{A, B, C\}$. Decir cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles son falsas, justificando adecuadamente.

   1) $A \in D$
   2) $3 \in A$
   3) $5 \in D$
   4) $5 \in B$
   5) $D \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{R})$
   6) $C \subseteq D$
   7) $A \cup B \in D$
   8) $A \cup B \in \mathcal{P}(\mathbb{R})$
   9) $(B \cup C \cup \{4\}) \cap A \in D$

2. En el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ se considera la relación $\mathcal{R}$ dada por la congruencia módulo 3 en A:

$$x \mathcal{R} y \text{ si y sólo si } x - y = 3k, \text{ para algún } k \in \mathbb{Z}.$$

   a) Determinar $\mathcal{R}$ por extensión.
   b) Probar que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia en A.

3. En el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ se considera la relación binaria $R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (1,8), (2,2), (2,5), (2,6), (2,8), (3,3), (3,5), (3,7), (3,8), (4,4), (4,6), (4,7), (4,8), (5,5), (5,8), (6,6), (6,8), (7,7), (7,8), (8,8)\}$. Se pide:
   a) Comprobar que R determina un orden en A.
   b) Realizar un adecuado diagrama de Hasse que represente (A, R).
   c) Calcular los máximos y mínimos del conjunto ordenado A.
   d) Calcular los maximales y minimales del conjunto $B = A - \{1, 8\}$.
   e) Calcular las cotas superiores e inferiores de $B = A - \{1, 8\}$

4. Sean A y B conjuntos tales que $A \subseteq B$. Se define en $\mathcal{P}(A)$ la siguiente relación

$$X \equiv Y \Leftrightarrow X \cap B = Y \cap B$$

   a) Demostrar que $\equiv$ es una relación de equivalencia. Si $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $B = \mathbb{N}$, describir la clase de equivalencia de $X = \{1, 2\}$.
   b) Determinar si $\equiv$ es o no una relación de orden en $\mathcal{P}(A)$, justificando la respuesta.

Demostración. mmm □