Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Ciencia de la Computación
Complementos de Matemática II

Nombre y Apellido:

Examen Parcial 3

1.

a) Construir una categoría $\mathcal{M}$ donde los objetos son números naturales, un morfismo $f : m \to n$ es una matriz $m \times n$ con coeficientes reales, y la composición $g \circ f$ de dos morfismos $f : m \to n$ y $g : n \to p$ es el producto de matrices fg.

b) Determinar si existen objetos iniciales/terminales en $\mathcal{M}$.

c) Probar o refutar: todo morfismo de $\mathcal{M}$ es un isomorfismo.

2.

a) Mostrar que si en una categoría existen (todos) los productos y los ecualizadores entonces existen los pullbacks de cualquier par de morfismos $A \xrightarrow{f} C \xleftarrow{g} B$. *Ayuda*: pensar en el ecualizador de $A \times B \overset{f\circ\pi_A}{\underset{g\circ\pi_B}{\rightrightarrows}} C$.

b) Mostrar que si

$$\begin{array}{ccc} \mathrm{P} & \xrightarrow{f'} & \mathrm{B} \\ {\scriptstyle g'}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle g} \\ \mathrm{A} & \xrightarrow[f]{} & \mathrm{C} \end{array}$$

es un pullback y g es un monomorfismo, entonces g' también es un monomorfismo.

3. Considerar la categoría `Set`×`Set`, donde los objetos son pares de conjuntos (A, B) y una flecha de (A, B) en (A', B') es un par de funciones (f, g) con $f : A \to A'$ y $g : B \to B'$.

a) Mostrar que `Set`×`Set` tiene productos.

b) Mostrar que `Set`×`Set` tiene exponenciales.