Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Ciencia de la Computación
Complementos de Matemática II

Nombre y Apellido:

Examen Final

1.

a) Sea L un retículo distributivo y sean $a, b, c \in L$. Probar que L cumple la *propiedad cancelativa*:

$$\left.\begin{array}{l} a \vee b = c \vee b \\ a \wedge b = c \wedge b \end{array}\right\} \implies a = c.$$

b) Encontrar elementos a, b, c en M_3 que violen la propiedad cancelativa. Hacer lo mismo con N_5.

c) Deducir que un retículo L es distributivo si y solo si la propiedad cancelativa vale para todo $a, b, c \in L$.

2. Sea un grupo G y subgrupos K y N.

a) Mostrar que KN es subgrupo de G si y solo si $KN = NK$, donde $NK = \{nk : n \in N, k \in K\}$ y $KN = \{kn : n \in N, k \in K\}$.

b) Suponer que K y N son subgrupos normales de G tales que $K \cap N = \{e\}$. Probar que todo elemento en K conmuta con todo elemento en N.

c) Con K y N como el item anterior, mostrar que $\varphi : K \times N \to KN,\ (k, n) \mapsto kn$ es un isomorfismo.

3. Sean S y T conjuntos y $f : S \to T$ función. Para todo $S' \subseteq S$ se define la *imagen directa* por f de S' como

$$f_*(S') = \{f(s) : s \in S'\}$$

y para todo $T' \subseteq T$ se define la *imagen inversa* por f de T' como

$$f^{-1}(T') = \{s \in S : f(s) \in T'\}.$$

a) Mostrar que f_* es funtor de $(\mathcal{P}(S), \subseteq) \to (\mathcal{P}(T), \subseteq)$ y que f^{-1} es funtor de $(\mathcal{P}(T), \subseteq) \to (\mathcal{P}(S), \subseteq)$, donde $(\mathcal{P}(S), \subseteq)$ y $(\mathcal{P}(T), \subseteq)$ son poset vistos como categorías.

b) Dar una relación de adjunción entre f_* y f^{-1}.

4. Dar estructura monádica al funtor $List : Set \to Set$.