UNR – FCEIA - ANÁLISIS MATEMÁTICO I - 13/02/06 –

Apellido y Nombres:..... Com:.....

Legajo: ..... Carrera:..... Profesor:.....

Los alumnos Libres resuelven todos los ejercicios
Los alumnos que rinden el 4to parcial : 3 - 4 - 6

Ejercicio 1.- Sea $g(x)=\begin{cases}\frac{x}{3}-\sqrt[3]{x} & \text{si } -\infty \le x \le 1 \\ \ln(x-1) & \text{si } x>1\end{cases}$

a) Halle el dominio, conjunto imagen y la gráfica de g.
b) Indique un dominio donde es posible calcular la inversa de la función
c) Clasifique, si existen, las discontinuidades de g.
d) Escriba la ecuación de la recta tangente a la gráfica en el punto $x=-1$

Ejercicio 2.- Dada las siguientes funciones 1) $f(x)=\frac{5x}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}$, 2) $f(x)=\frac{2^{\frac{1}{x}}+3}{3^{\frac{1}{x}}+2}$ obtenga:

a) $f'(x)$ b) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

Ejercicio 3. La producción de cierta planta asciende a: $Q=0.06x^2+0.14x.y+0.05y^2$ unidades por día, donde x es la cantidad de horas de mano de obra calificada que se utiliza e y el número de horas de mano de obra no calificada que se emplea. En la actualidad se utilizan 60 horas de mano de obra calificada y 300 horas de no calificada. Estime el cambio que debería realizarse en la mano de obra no calificada para compensar un incremento de 1 hora en la mano de obra calificada de modo que la producción se mantenga en su nivel actual.

Ejercicio 4.- a) Dada $y=x.e^{senx}$, verifique si: $e^{senx}+y.\cos x=y'$

b) A partir de los resultados obtenidos en el ítem a. Calcule la antiderivada de $h(x)=e^{senx}\left[1-x.\cos(x)\right]$

Ejercicio 5 .- Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa, justificando su respuesta:

a) $\lim_{x\to a}\left[f(x)+g(x)\right]=-2$ y $\lim_{x\to a}\left[f(x)-g(x)\right]=0 \Rightarrow \lim_{x\to a}\left[f(x)g(x)\right]=1$

b) Si $f(x)=(ar\cos x)$ entonces $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ $\forall\, x\in\Re$. F ✓

c) $F(x)=\frac{x^2-1}{2x^2\cos^2\left(x+\frac{1}{x}\right).\sqrt{1+\tan\left(x+\frac{1}{x}\right)}}$ es una antiderivada de $g(x)=\sqrt{1+tag\left(x+\frac{1}{x}\right)}$

d) Indique la opción correcta: Las ecuaciones de todas las asíntotas de $f(x)=\frac{x}{\sqrt{(x^2+3)}}$ son

i) $y=1; x\to\infty$; $y=-1, x\to-\infty$ ii) $x=1; y=0$ iii) $x=2; x=-2; y=\pm 1$ iv) $x=1; x=-1; y=2$

f) $f(t)=tgh(e^t)\Rightarrow df=\left(e^t\sec h^2\left(e^{-t}\right)\right)dt$ F

Ejercicio 6.- Dada la función $f(x)=2^{x+|x+1|}$, realice un estudio completo de la misma

ANÁLISIS MATEMÁTICO I - EXAMEN TEÓRICO - 2007

NOMBRE: [redacted] LEGAJO: [redacted] CARRERA: [redacted]

E- MAIL: [redacted] FECHA: [redacted]

NOTA FINAL: ACTA: FOLIO:

Desarrollar los siguientes ítems en forma completa, en caso de pedirse interpretaciones geométricas responder a la propuesta realizando los gráficos necesarios para su explicación.

1) Enunciar la definición de: i) Función y función inyectiva.

ii) $\lim_{x \to a} f(x) = L$ (definición informal), ejemplificar.

iii) Función continua en un punto. Tipos de discontinuidades, ejemplificar

iv) Derivada en un punto con su interpretación geométrica. Calcular mediante la definición la derivada de $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

2) Enunciar, demostrar e interpretar geométricamente el Teorema del Valor Medio.

3) Enunciar la Regla de L´Hopital e indicar los tipos de indeterminaciones que pueden presentarse en el cálculo de un límite y en qué casos se puede aplicar la regla.

4) ¿Cuál de las dos implicaciones es verdadera?. Demostrarla.

i) Si f tiene un extremo en x = c, entonces x = c es un número crítico

ii) Si en x = c f presenta un número crítico, entonces tiene en x = c un extremo relativo.

5) Definir función inversa de $f(x) = sen\ x$. Enunciar el teorema que explicita la derivada de una función inversa. Calcular la derivada de la inversa de *sen x*.

6) Definir antiderivada de una función y demostrar que dos antiderivadas de la misma función difieren en una constante.

7) a) Definir asíntota horizontal.

b) Enunciar la definición precisa de $\lim_{x \to \infty} f(x) = L$. Ejemplificar.

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERIA Y AGRIMENSURA
ESCUELA DE FORMACION BASICA – DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

ANALISIS MATEMATICO I	EXAMEN FINAL – PRACTICA		13/02/08
Apellido y Nombres			N ° Legajo:
Carrera:	Comisión	**Alumnos libres: examen completo**	**4ª parcial: ej 4, 5 y 6c, 6d,6e**

Instituto de Educación Superior " Olga Cossettini"
Calculo en una Variable **Examen** **Agosto 2008**

Ejercicio 1 - Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que

$$f(x)=\begin{cases} 2\sqrt{x-3} & \text{si} \quad x \geq 7 \\ \frac{1}{2}x-7 & \text{si} \quad x<7 \end{cases}$$

a) Analice la existencia de la derivada en x = 7
b) Halle un punto de la gráfica de f donde la recta tangente sea paralela a la recta de ecuación $x-4y+2=0$ y calcule la ecuación de dicha recta tangente.
c) Grafique la función f.

Ejercicio 2.- Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\ln x}{1+(\ln x)^2} & \text{si } x>0 \\ \beta & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

a) Analice la existencia de los siguientes límites : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
b) Determine β de manera que f sea continua en su dominio.

Ejercicio 3: Dada la función $f(x)=x\,e^{1-x}$:
a) Verifique que f tiene un extremo relativo en $x=1$ y analice si ese valor extremo es también un extremo absoluto de f.
b) Determine los intervalos de concavidad y pruebe que la gráfica de f tiene un único punto de inflexión.

Ejercicio 4:

a) Calcule $\int_0^{\pi} (3e^{2x}-1)senx\,dx$ b) Obtenga $\int \dfrac{3x^2-4x+5}{(x-1)(x^2+1)}\,dx$

c) Traza la región limitada por las curvas $x+y^2=2$, $x+y=0$ y calcula su área.

Ejercicio 5.- Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa, ***justificando su respuesta***:

a) La función $f(x)=x+e^x$ admite función inversa , y si g es su inversa , es $g'(1)=\dfrac{1}{2}$

b) La gráfica de la función h tal que $h(x)=\dfrac{x^2-x+6}{5(x^2-6x)}$ tiene dos asíntotas verticales.

c) $\cosh(\ln x)-\operatorname{senh}(\ln x)=\dfrac{1}{x}$, $\forall\ x>0$

d) Si $y=\ln\sqrt{\dfrac{x-2}{x+2}}$, entonces $\forall\ x\ /\ |x|>2$ es $dy=\dfrac{2}{x^2-4}\,dx$.

FACULTAD DE CUIENCIAS EXACTAS, INGENIERIA Y AGRIMENSURA
ESCUELA DE FORMACION BASICA – DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

ANALISIS MATEMATICO I		EXAMEN FINAL – PRACTICA	13/02/08
Apellido y Nombres			N° Legajo:
Carrera:	Comisión	**Alumnos libres: examen completo**	**4° parcial: ej 4, 5, 6d, 6e y 6f**

Ejercicio 1 - Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que

$$f(x)=\begin{cases} 2\sqrt{x-3} & \text{si} \quad x \geq 7 \\ \frac{1}{2}x-7 & \text{si} \quad x<7 \end{cases}$$

a) Estudie la existencia de la derivada de f en $x=7$.
b) Determine la ley y el dominio de f'.
c) Halle un punto de la gráfica de f donde la recta tangente sea paralela a la recta de ecuación $x-4y+2=0$ y obtenga la ecuación de dicha recta tangente.
d) Grafique la función f'.

Ejercicio 2 - Una cámara de TV está ubicada a 4000 pies de la base de una plataforma de lanzamiento de cohetes. Un cohete asciende verticalmente, con una velocidad de 600 pies/ seg cuando se encuentra a 3000 pies del suelo. ¿Con qué velocidad aumenta la distancia desde la cámara de TV al cohete en ese momento?

Ejercicio 4.- Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\ln x}{1+(\ln x)^2} & \text{si } x>0 \\ \beta & \text{si } x=0 \end{cases}$$

a) Determine β de manera que f sea continua en su dominio, el intervalo $[0,+\infty)$.
b) Calcule los extremos relativos de f y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
c) ***Con la información anterior esboce*** la gráfica de la función f e indique, si existen, sus extremos absolutos.

Ejercicio 5.-

a) Halle una función f que verifique simultáneamente las siguientes condiciones:

$$f''(x)=5\,e^{2x}+6\,\sin x \quad , \quad f'(0)=1 \quad , \quad f(0)=\tfrac{1}{4}$$

b) Calcule: $\int e^x \sqrt[3]{5e^x+2}\; dx$

Ejercicio 6.- Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa, ***justificando su respuesta***:

a) Si f es continua en a entonces la función $g(x)=\dfrac{\sin f(x)}{f(x)}$ es continua en a.

b) Si $f(x)=\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}$ y $g(x)=\dfrac{1}{x^2}$ entonces $(f\circ g)(x)=\dfrac{|x|}{|x|-1}$ y $\text{Dom}(f\circ g)=\mathbb{R}-\{-1,1\}$

c) La función racional $h(x)=\dfrac{x^2-x+6}{5(x^2-3x)}$ tiene dos asíntotas verticales.

d) $\cosh(\ln x)-\operatorname{senh}(\ln x)=\dfrac{1}{x} \quad , \quad \forall\, x>0$

e) $F(x)=\ln\left|x+\sqrt{x^2-1}\right|$ es una antiderivada de $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

f) La función $h(x)=\arctan(\cosh x)$ es decreciente en $\mathbb{R}^+$.

Exámen Teórico. Análisis Matemático I. Diciembre 2007.

Desarrollar cada item en forma clara, justificando , demostrando y acompañando con las representaciones gráficas que corresponda.

1) Definir: a) Funcion-Función Inyectiva-Gráfico de una función.

b) En forma precisa: $\lim_{x\to a} f(x) = L$ y de $\lim_{x\to a} f(x) = -\infty$, con sus respectivas interpretaciones gráficas.

c) Continuidad de una función en un punto.

d) Derivada de una función en un punto con su interpretación geométrica.

e) Incremento de una función y diferencial de una función. Interpretar geométricamente y relacionar entre ambos conceptos en un mismo diagrama.

f) Antiderivada de una función. Notación. Propiedades.

2) Responder V o F, justificando la respuesta.

a) $f(x) = \dfrac{sen\pi x}{x}$ tiene una discontinuidad evitable en x = 0

b) La función f(x)= senh x, es una función par.

c) Si f ''(c)=0, entonces (c,f(c)) es punto de inflexión de la gráfica de f.

d) Si f es creciente en R, y g es decreciente en R, entonces (fog) es decreciente en R.

e) $\lim_{x\to 1}(x-1)^{\ln x} = 1$

f) Si $f'(x) = g'(x)$ cuando 0<x<1, entonces $f(x) = g(x)$ si 0<x<1.

3) Enunciar y demostrar la regla de derivación de un producto de dos funciones.

4) Enunciar e interpretar gráficamente el teorema de Bolzano.

5) Enunciar, interpretar gráficamente y demostrar el teorema del valor Medio (Lagrange).

5) Definir Función Inversa.
Dada f(x)= arcsen(x) , obtener analíticamente su derivada.

6) Probar que: a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{senx}{x} = 1$

b) Si f es una función derivable en x=a, entonces f es continua en a

c) Si f tiene un máximo o mínimo local en c y si f '(c) existe, entonces f '(c)=0 (T. Fermat)

7) Resuelve el siguiente problema :

Un rollo de alambre de 500 m, fue utilizado totalmente, para cercar un terreno cuadrado y una piscina circular.

a) Expresa la suma de las áreas bordeadas con alambre en función de la cantidad de alambre **(x)** usada para cercar el terreno.

b) Halla el área máxima cercada para esas condiciones.

ANALISIS MATEMATICO I	EXAMEN FINAL – PRACTICA	20 / 12 / 06
Apellido y Nombres		N ° Legajo:
Carrera:	Comisión	Alumnos Libres

Ejercicio 1.- Dadas las funciones : $f(x)=\frac{1}{x}$ y $g(x)=\frac{x+1}{x-2}$

a) Determine la ley y el dominio de $h=f\circ g$.

b) Halle los puntos en los que la función h es discontinua e indique si es evitable o inevitable.

c) Trace la gráfica de las siguientes funciones indicando en cada caso el dominio y el recorrido,

i) h ii) $d(x)=|h(x)|$ iii) $t(x)=h(x-1)$

Ejercicio 2.- Determine la ecuación de la recta tangente a la curva de ecuación

$$y=\arccos\sqrt{\frac{x^2}{2x+2}}$$

en el punto de abscisa $x=1$.

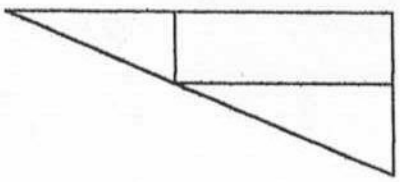
Ejercicio 3.- Siendo $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tal que:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\operatorname{sen}x}{x} & \text{si } x\neq 0\\ 1 & \text{si } x=0\end{cases}$$

a) Utilizando la definición, calcule $f'(0)$.

b) Halle la ley de la función f'.

Ejercicio 4.- Los catetos de un triángulo rectángulo miden 5 metros y 12 metros. Entre todos los rectángulos inscriptos en el triángulo tales que dos de sus lados están apoyados en los catetos, como indica la figura, ¿cuál es el de mayor área?



Ejercicio 5.- Calcule $\int e^{\sqrt{x}}\,dx$ Verifique el resultado.

Ejercicio 6.- Sabiendo que el punto $(1,6)$ pertenece a la gráfica de f y la pendiente de su tangente en el punto $(x,f(x))$ es $2x+1$ encuentre $f(2)$.

Ejercicio 7.- Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa, justificando su respuesta:

a) Si existe $g'(1)$ entonces $\lim_{x\to 1} g(x)=g(1)$

b) La función $f(x)=x+\frac{1}{x}$ es impar.

c) $\lim_{x\to 0} g(x)=0 \Rightarrow \lim_{x\to 0} g(x)\frac{1}{x}=0$

d) $\exists x\in\mathbb{R}\ /\ \operatorname{sen}x=x-1$

e) $f(x)=2x+\operatorname{sen}x$, y $g=f^{-1}$ entonces $g'(2\pi)=1$

f) Si f es continua en $x=1$ y $\lim_{x\to 1}\frac{x\cdot f(x)}{(x-1)^2}=1$, entonces $\lim_{x\to 1} f(x)=0$.

ANALISIS MATEMATICO I	EXAMEN FINAL – PRACTICA	14 / 02 / 07
Apellido y Nombres Joaquín Traverso		N° Legajo: T-1340/4
Carrera: Ing. Ind.	Comisión · S7.	Alumnos Libres

Ejercicio 1.- Sea $f:[-\pi,\pi]\to R$ tal que

$$f(x)=\begin{cases} |x|-\frac{\pi}{2} & si\ \ x<\frac{\pi}{2} \\ \cos x+b & si\ \ x\geq\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

a) Determina analíticamente el valor de b para que f resulte continua en $x=\frac{\pi}{2}$.

Con el valor encontrado para b

b) Analíza la derivabilidad de f en $x=\frac{\pi}{2}$.

c) Traza las gráficas de las funciones f y $|f|$, indicando en cada caso el conjunto imagen.

Ejercicio 2.- Dada la función $h(x)=e^{ax^2+bx+c}$, determina los valores de a, b y c, con $a\neq 0$, de modo que se verifiquen simultáneamente las siguientes condiciones:

i. $(0, e)$ es un punto de la gráfica de h
ii. h tiene un extremo en $x=1$
iii. h tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa $x=2$

Ejercicio 3.- Indica si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa, o completa según corresponda. Justifica la respuesta

i) Si $f(x)=\ln x$ y $g(x)=x^2+x+3$, entonces $f\circ g(x)=$..... y su dominio es .....

ii) La función $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$ presenta una discontinuidad inevitable en $x=0$.

iii) $\cos(\arctan x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

iv) La pendiente de la recta tangente a la curva de ecuación $x^3+y^3-9xy=0$ en el punto $(2,4)$ es 4/5

v) Si $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(x+e^{ax}\right)^{1/x}=e^2$, entonces $a=$.....

vi) Si $f(x)=2^{1-x}$ y g es su inversa, entonces $g'\left(\frac{1}{2}\right)=\dfrac{-1}{\ln\sqrt{2}}$.

Ejercicio 4.- Se busca un terreno rectangular de área mínima para construir una piscina rectangular de 50 m^2, dejando 2 m libres en bordes laterales paralelos y 4 m libres en cada uno de los restantes. ¿Qué dimensiones debería tener el terreno?

Ejercicio 5.- Halla una función f que verifique simultáneamente las siguientes condiciones

i. intersecta al eje y en el punto de ordenada 1
ii. la recta tangente a su gráfica en el punto (0,1) es horizontal
iii. $f''(x)=-3\operatorname{sen}x+4x$

Ejercicio 6.- Calcula las siguientes integrales:

a) $\int \tan x\ln(\cos x)\,dx$

b) $\int x^2e^{3x}\,dx$

ANALISIS MATEMATICO I	EXAMEN FINAL – PRACTICA	25/ 02/ 09
Apellido y Nombres		N° Legajo:
Carrera:	Comisión	Nota:

Ejercicio 1.- Sean las funciones $f(x)=1-x$, $g(x)=\frac{1}{x}$ y $h(x)=x+2$;

a) Exprese la ley y el dominio de la función compuesta $P=f\circ g\circ h$ y grafíquela a partir de la gráfica de la función g (por corrimientos).

b) Analice la existencia de asíntotas horizontales y/o verticales de la gráfica de P considerando los límites adecuados, y en caso de existir esas asíntotas, escriba sus ecuaciones.

c) Analice la existencia de la inversa Q de P. En caso de existir Q, exprese su ley y grafíquela a partir de la gráfica de P, indicando su dominio y su rango o conjunto imagen.

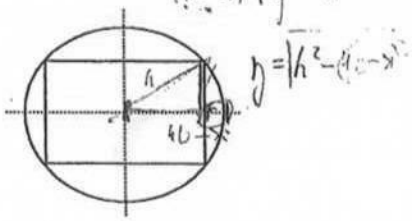
Ejercicio 2.- Sea la función

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x+1}+k & \text{si} \quad x\geq 0\\ \dfrac{12(\operatorname{sen}x-x)}{x^3} & \text{si} \quad x<0\end{cases}$$

a) Determine, si es posible, el valor de k de manera que la función resulte continua en su dominio. Justifique su respuesta.

b) Calcule $f'(-\pi)$.

Ejercicio 3.- La resistencia R a la flexión de una viga de material homogéneo de sección rectangular es proporcional al producto de la base x por el cuadrado de la altura y, es decir $R=k\,x\,y^2$, donde k es una constante de proporcionalidad que depende del material. Determine las dimensiones (base y altura) que debe tener una viga de sección rectangular que se corta de un tronco cilíndrico de radio $r=40$ cm, como se muestra en la figura, de modo que su resistencia R sea máxima.



Ejercicio 4.- Dada la función $g:\mathrm{R}\to\mathrm{R}$ tal que $g(x)=\frac{1}{x^2+3}$, analice si cada una de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando las respuestas.

a) g es monótona en R^+

b) $y=-\frac{1}{8}x+\frac{3}{8}$ es la ecuación de la recta tangente a la gráfica de g en su punto de inflexión de abscisa positiva

c) $\frac{1}{4}$ es valor máximo o máximo absoluto de g.

Ejercicio 5.- Sea $f(x)=\frac{\ln x}{x}$;

a) Halle, si es posible, el / los extremos locales o relativos de f.

b) Encuentre una función G tal que $G'(x)=f(x)$ y que además $G(1)=2$.

Ejercicio 6.- Calcule: a) $\int e^x\,\frac{2\cos e^x+3}{6}\,dx$

b) Halle todas las antiderivadas de $f(x)=7\operatorname{sen}^2 x-\frac{5\sqrt{x}}{x^3}+\operatorname{arcsen}\frac{1}{2}$

IMS

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
ANÁLISIS MATEMÁTICO 1-2 DE AGOSTO DE 2004-
ALUMNOS LIBRES: EJ. 1 AL 8
CUARTO PARCIAL: EJ. 5 AL 8
APELLIDO Y NOMBRE: [redacted] LIBRE COMISIÓN: 11

Ejercicio nº 1: Justifique que existe un nº $k \in R$ tal que la función g resulte continua en su dominio, siendo

$$g(x)=\begin{cases} \operatorname{senh}(x-5) & \text{si } x \geq 5 \\ x^2-13x+k & \text{si } x<5 \end{cases}$$

Ejercicio nº 2: Siendo $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ y g(x)= 1-2x, se pide:

a)Hallar la ley de $h = f \circ g$ y su dominio

b)La función h admite inversa; sin calcularla evalúe $(h^{-1})'(1)$

Ejercicio nº 3: Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to 0^+}(1+2.\tanh x)^{\frac{1}{x}} =$ b) $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)-x}{1-\cos x} =$

Ejercicio nº 4: Hallar el punto en el cual la recta tangente a la gráfica de $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+x}}$ es paralela a la recta de ecuación: $y-\frac{1}{\sqrt{2}}x+4=0$

Ejercicio nº 5: Dada la función $g(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+x}}$, se pide:

a)Justifique si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas

i) g es continua en R NO
ii) la gráfica de g posee máximo relativo NO ¿por qué?
iii) la gráfica de g posee un punto de inflexión en x=0 NO ¿por qué?
iv) tiene una única asíntota horizontal Si

b)Con los datos que obtuvo en el estudio anterior, grafique f.

Ejercicio nº 6: Se dobla un cable recto de 60 cm. de largo en forma de L.¿Cuál es la distancia más corta posible entre los dos extremos del mismo?

Ejercicio nº 7: Halla r las primitivas de las siguientes funciones:

a) $\int\frac{dx}{\sqrt{x}.(3+\sqrt{x})^3} =$ b) $\int\frac{\operatorname{sen}x.\cos x}{1+\operatorname{sen}x}dx$ c) $\int(x^2+1).e^{-x}dx =$

Ejercicio nº 8:

a) Halle una función f que verifique $\begin{cases} f''(x)=5e^{2x}+7\operatorname{sen}x \\ f'(0)=1 \\ f(0)=\frac{1}{4} \end{cases}$

b) $\lim_{x\to 0^+}(1+2\tanh x)^{\frac{1}{x}}$

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERIA Y AGRIMENSURA
ESCUELA DE FORMACION BASICA
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
ANALISIS MATEMATICO I
AÑO ACADEMICO 1995

EXAMEN FINAL			
Nº de Legajo:	Alumno:		Fecha:
Profesor:	Cátedra:	Condición:	Calificación:

Ejercicio 1.- Dada la función $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} - \dfrac{1}{2}e^{-x}$

a) determinar su dominio,

b) hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $\left(0, \frac{1}{6}\right)$

c) Calcular A de manera que la función

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & si \quad x \neq 3 \\ A & si \quad x = 3 \end{cases}$$

sea continua en su dominio.

Ejercicio 2.- Calcular el siguiente límite: $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\cos \dfrac{1}{x^2}\right)^{x^4}$

Ejercicio 3.- Los catetos de un triángulo rectángulo miden 3m y 4m. ¿Cuál es el área máxima posible de un rectángulo inscripto en el triángulo como indica la figura?



Ejercicio 4.- Dada la función $f(x) = x - \ln x$, se pide:

a) indicar el dominio de f y sus ceros,
b) determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f y sus extremos relativos,
c) determinar los intervalos de concavidad y convexidad de f y sus puntos de inflexión,
d) calcular los límites de f necesarios para poder realizar su gráfica,
e) realizar la gráfica de f, indicar su recorrido y sus extremos absolutos, si existen.

Ejercicio 5.- Calcular el volumen del sólido de revolución generado por rotación de la región limitada por las curvas de ecuaciones $y = x^2 + 1$, $y = 3 - x$ e $y = 0$,

a) alrededor del eje x.
b) alrededor del eje y.

Ejercicio 6.- Obtener la primitiva P de $f(x) = \dfrac{x}{1 + e^{2x^2}}$ que verifica $P(0) = 0$.

Ejercicio 7.- Resolver el siguiente problema de valores iniciales

$$\begin{cases} y' &= 4x^3 y - y \\ y(0) &= 2 \end{cases}$$

Alumnos libres: todos
Alumnos regulares: ejercicios 1 - 2 - 3 - 6 - 7

Exámen Teórico. Análisis Matemático I. Diciembre 2007.

Desarrollar cada item en forma clara, justificando , demostrando y acompañando con las representaciones gráficas que corresponda.

1) Definir: a) Funcion-Función Inyectiva-Gráfico de una función.

b) En forma precisa: $\lim_{x \to a} f(x) = L$ y de $\lim_{x \to a} f(x) = -\infty$, con sus respectivas interpretaciones gráficas.

c) Continuidad de una función en un punto.

d) Derivada de una función en un punto con su interpretación geométrica.

e) Incremento de una función y diferencial de una función. Interpretar geométricamente y relacionar entre ambos conceptos en un mismo diagrama.

f) Antiderivada de una función. Notación. Propiedades.

2) Responder V o F, justificando la respuesta.

a) $f(x) = \dfrac{sen\pi x}{x}$ tiene una discontinuidad evitable en x = 0

b) La función f(x)= senh x, es una función par.

c) Si f ''(c)=0, entonces (c,f(c)) es punto de inflexión de la gráfica de f.

d) Si f es creciente en R, y g es decreciente en R, entonces (fog) es decreciente en R.

e) $\lim_{x \to 1} (x-1)^{\ln x} = 1$

f) Si $f'(x) = g'(x)$ cuando 0<x<1, entonces $f(x) = g(x)$ si 0<x<1.

3) Enunciar y demostrar la regla de derivación de un producto de dos funciones.

4) Enunciar e interpretar gráficamente el teorema de Bolzano.

5) Enunciar, interpretar gráficamente y demostrar el teorema del valor Medio (Lagrange).

5) Definir Función Inversa.
Dada f(x)= arcsen(x) , obtener analíticamente su derivada.

6) Probar que: a) $\lim_{x \to 0} \dfrac{senx}{x} = 1$

b) Si f es una función derivable en x=a, entonces f es continua en a

c) Si f tiene un máximo o minimo local en c y si f '(c) existe, entonces f '(c)=0 (T. Fermat)

OPCIONAL

7) Resuelve el siguiente problema :

Un rollo de alambre de 500 m, fue utilizado totalmente, para cercar un terreno cuadrado y una piscina circular.

a) Expresa la suma de las áreas bordeadas con alambre en función de la cantidad de alambre (x) usada para cercar el terreno.

b) Halla el área máxima cercada para esas condiciones.

Folio nro: 12
FINALES
CEGEIA
MAT. I

ANÁLISIS MATEMÁTICO I - EXAMEN TEÓRICO - 2007
NOMBRE:..... LEGAJO: ..... CARRERA: C.I.
E- MAIL:..... FECHA:.....
NOTA FINAL: ACTA: FOLIO:

Desarrollar los siguientes items en forma completa, en caso de pedirse interpretaciones geométricas responder a la propuesta realizando los gráficos necesarios para su explicación.

1) Enunciar la definición de: i) Función y función inyectiva.
ii) $\lim_{x \to a} f(x) = L$ (definición informal), ejemplificar.
iii) Función continua en un punto. Tipos de discontinuidades, ejemplificar
iv) Derivada en un punto con su interpretación geométrica. Calcular mediante la definición la derivada de $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

2) Enunciar, demostrar e interpretar geométricamente el Teorema del Valor Medio.

3) Enunciar la Regla de L´Hopital e indicar los tipos de indeterminaciones que pueden presentarse en el cálculo de un limite y en qué casos se puede aplicar la regla.

4) ¿Cuál de las dos implicaciones es verdadera?. Demostrarla.
i) Si f tiene un extremo en x = c, entonces x = c es un número crítico
ii) Si en x = c f presenta un número crítico, entonces tiene en x = c un extremo relativo.

5) Definir función inversa de $f(x) = sen\ x$. Enunciar el teorema que explicita la derivada de una función inversa. Calcular la derivada de la inversa de *sen x*.

6) Definir antiderivada de una función y demostrar que dos antiderivadas de la misma función difieren en una constante.

7) a) Definir asíntota horizontal.
b) Enunciar la definición precisa de $\lim_{x \to \infty} f(x) = L$. Ejemplificar.

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura (U.N.R.)
Escuela de Formación Básica - Departamento de Matemática
Cátedra de **Análisis Matemático I**
Año Académico 2006

EXAMEN FINAL – PRACTICA - **06 / 12 / 06**		
Apellido y Nombres		N ° Legajo:
Carrera:	Comisión	Alumnos Libres

Ejercicio 1.- Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} 3\cos x & \text{si } -\pi \le x \le 0 \\ x^2-4x+3 & \text{si } 0 < x \le 4 \end{cases}$$

a) Trace la gráfica f e indique los conjuntos $\text{Dom}(f)$ e $\text{Im}(f)$.
b) Determine los puntos de continuidad de f.
c) Utilizando la definición de derivada, analice la derivabilidad de f en el punto $x=0$.
d) Halle la ley y el dominio de f'.
e) Trace la gráfica de la función $g:[-4,4]\to \mathrm{R}$ sabiendo que g es una función par y $g(x)=f(x) \ \ \forall x \in [0,4]$

Ejercicio 2.- Una nave espacial es lanzada verticalmente. La altura h (en metros), t segundos después de su lanzamiento es $h=15t^2$. Un observador se halla situado a 1 km del lugar de lanzamiento. ¿ A qué ritmo cambia el ángulo de elevación, con respecto al observador, 10 segundos después del despegue?

Ejercicio 3.- Determinar los valores de a, b, c y d de manera tal que la función

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$$

tenga un mínimo relativo en $(0,0)$ y un máximo relativo en $(2,2)$. ¿Dichos extremos son absolutos? Justificar la respuesta.

Ejercicio 4.- Siendo $f:(-1,1)\to \mathrm{R}$ tal que:

$$f(x)=\begin{cases} \left(x+1\right)^{\frac{\ln k}{x}} & \text{si } x \neq 0 \\ 5 & \text{si } x=0 \end{cases}$$

Calcule k de modo que f sea continua en $x=0$.

Ejercicio 5.- Calcule $\int \arctan\left(\frac{1}{x}\right) dx$ Verifique el resultado.

Ejercicio 6.- Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa, justificando su respuesta:

a) Si $f:\mathrm{R}\to\mathrm{R}$ es una función continua en $x=1$ entonces $-f$ es continua en $x=-1$.
b) Sea f una función continua en $[a,b]$ y derivable en (a,b) tal que $f(a)=f(b)=0$. Si aplicamos el teorema de Rolle a la función $h:[a,b]\to\mathrm{R}$ tal que $h(x)=e^{-x}f(x)$, podemos deducir que existe $c\in(a,b)$ tal que $f'(c)=f(c)$.
c) $tgh(\ln x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$ con $x>0$
d) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\text{sen}^2 3x-2x^2}{x^2\cos x}=0$
e) La función $f(x)=x^2\cos\left(\frac{1}{x}\right)$ tiene una discontinuidad inevitable en $x=0$.

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
EXAMEN DE ANÁLISIS MATEMÁTICO 1-
5 DE JULIO DE 2004- COMISIÓN:
ALUMNOS LIBRES: EJERCICIOS 1 AL 7
ALUMNOS QUE RINDEN 4º PARCIAL:EJERC. 3-a) 4-5-6 y 7

Ejercicio nº1: Dadas las funciones $f(x)=x^2+x-1$, $g(x)=\sqrt{x-1}$

a) Obtener el dominio y la ley de $g \circ f$.

b) Obtener el dominio de la función $h(x)=\dfrac{(g \circ f)(x)}{x-1}$

c) Indicar el conjunto de puntos de continuidad de h y analizar si posee asíntotas horizontales v/o verticales. En caso afirmativo obtener su ecuación.

Ejercicio nº 2: Dada la función $f(x)=2^{1-x}$

a) Indicar Dom(f) e Im(f)
b) Demostrar que f admite función inversa, indicando su dominio, Imagen y ley.
c) Representar en un mismo sistema cartesiano, la gráfica de f y de $g=f^{-1}$
d) Calcular $f'(3)$

Ejercicio nº 3:

a) calcular $\lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\dfrac{1}{2x}\right)^x-2\right]$ b) *Siendo* $g(x)=\dfrac{x^3\cosh(x)}{e^{-x^2}}+\left(\sqrt{x-2}\right)^{x-1}$, *calcular* $g'(x)$

Ejercicio nº 4: Dada la función $f(x)=(x-2)e^{-x}$

a) hallar el dominio de f y su intersección con los ejes
b) hallar los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento de f y, de existir, los extremos relativos
c) hallar los intervalos de concavidad, y si hubiere los puntos de inflexión
d) hallar los límites necesarios para graficar f
e) Con los datos anteriores, efectuar un esbozo de la gráfica e indicar si admite extremos absolutos.

Ejercicio nº 5: Hallar los puntos de la gráfica de la función $f(x)=x^2-4$ que se encuentran más próximos al punto (0,-2).

Ejercicio nº 6: Hallar las primitivas (antiderivadas) de las siguientes funciones:

$a) f(x)=\dfrac{e^{2x}}{e^x-5}$ $b) g(x)=\ln^2 x$ $c) h(x)=\operatorname{sen}\sqrt{x}$

Ejercicio nº 7: Obtener la antiderivada de $f(x)=\dfrac{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}{\sqrt{x}}$ que verifica F(1)=0.

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura U.N.R
Escuela de Formación Básica
Departamento de Matemática
ANALÍSIS MATEMATICO I
Año Académico 1999

EXÁMEN FINAL – PRACTICA – 10-08-99

Nº Legajo:	Apellido y nombres:	
División:	Profesor:	Carrera:

1. Dada $f(x)=\begin{cases} 1-|x| & \text{si } |x|\le 2 \\ -2 & \text{si } 2\le x\le 4 \end{cases}$

a) Representarla gráficamente.
b) A partir de la gráfica de f, graficar $y=f(x+1)$, $y=|f(x)|$ e $y=f(x)-2$, indicando en cada caso dominio y recorrido.
c) Analizar y clasificar, si existen, puntos de discontinuidad de f.

2. Derivar: a) $y=\dfrac{x(x-1)^{3/2}}{\sqrt{x+1}}$ b) $y=4^{\operatorname{sen} x}+(\operatorname{sen}^2 x)^x+\ln\operatorname{sen} x+\operatorname{sen}\dfrac{\pi}{2}$

3. Si $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$, determinar:

a) intervalos de crecimiento y decrecimiento
b) extremos relativos
c) intervalos de concavidad y si existen puntos de inflexión
d) extremos absolutos
e) con los datos anteriores, esbozar la gráfica de f

4. Calcular: a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{sen}^2 2x}{2x}$ b) $\lim\limits_{t\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{t}}\right)^t$ c) $\lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(\dfrac{x}{2}\right)^{-\ln x}$

5. Hallar dos números cuya diferencia sea 100 y su producto sea mínimo.

6. Sea $f(x)=2^{1-x}$.

a) Analizar si f admite función inversa f^{-1}. En caso afirmativo hallarla e indicar su dominio, contradominio y ley.
b) Obtener $f\circ g$, siendo $g(x)=-x^2$.
c) Resolver la ecuación $(f\circ g)(x)=8$.

7. Hallar $f(x)$, sabiendo que: $f''(x)=x^2+\operatorname{sen} x$ $f(0)=2$ $f'(0)=3$

Análisis Matemático I	6 / 7 / 01
Alumno:	Comisión:

EXAMEN FINAL

Ejercicio 1.- Dada:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 8 & 0 < x \leq 4 \\ \ln(cx) & 4 < x < 10 \end{cases}$$

a) Determinar c para que f sea continua en $x = 4$

b) Para dicho valor de c, graficar la función e indicar su imagen

c) Graficar $g(x) = |f(x)|$

d) Justificar que f es inversible y obtener f^{-1}, explicitando su dominio y contradominio de f^{-1}

Ejercicio 2.- Calcular:

a) f '(x), siendo : $f(x) = \dfrac{\arctan(x/2)}{x^2} + \ln(\cos x)$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 - x^2} - 1}{(arcsen\, x)^2}$

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} (e^x + x)^{1/x}$

Ejercicio 3.- Dada $y = x e^{x^2+1}$, determinar si es solución de la ecuación:

$$y'' - xy' - (5 + 2x^2)\, y = 0$$

Ejercicio 4.- Dada $f(x) = \dfrac{x - 3}{x^2 - 5x + 6}$

a) Hallar los puntos de discontinuidad de f y clasificarlos.

b) Obtener dominio y ley de $g \circ f$, siendo $g(x) = \sqrt{x}$

Ejercicio 5

Se dobla en forma de L un cable recto de 60 cm. ¿ Cuál es la distancia más corta posible entre los dos extremos del cable?

Ejercicio 6.-

a) Obtener el polinomio de Taylor de grado 4 de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x + 1}}$ alrededor de $x = 0$.

b) Dar una aproximación de $\dfrac{1}{\sqrt{1,2}}$, utilizando dicho polinomio.

Ejercicio 7.- Sea $f(x) = \dfrac{e^x}{2 - x}$. Se pide:

a) Hallar dominio de f, simetrías, y asíntotas de la función, si existen.

b) Hallar intervalos de crecimiento y/o decrecimiento y extremos relativos (si existen)

c) Dibujar, a partir de los datos anteriores, un esbozo de la gráfica.

Análisis Matemático I 26/6/01

Alumno.....

Comisión.....

Parcial N°4

1. Dada $f(x) = \sqrt[3]{x^2} + 2$,

   a) Calcular los extremos absolutos de f en $[-1,1]$

   b) Determinar si existe un número en $[-1,1]$ para el que f satisface el teorema de Rolle. En caso afirmativo hallarlo.

2. Sea $f(x) = \dfrac{-2x}{4-x^2}$

   a) Estudiar su dominio, su paridad, sus intersecciones con los ejes coordenados, sus asíntotas, sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento y sus extremos

   b) Con los datos obtenidos en a) dibujar un bosquejo de su gráfica.

3. Probar que el área máxima de un rectángulo ubicado en el primer cuadrante, con vértices en: el origen de un sistema de coordenadas , sobre el eje x , sobre el eje y y sobre la parábola de ecuación $y = 5 - x^2$ es : $\dfrac{10}{3}\sqrt{\dfrac{5}{3}}$

4. Hallar el Polinomio de Taylor de orden 3 de $f(x) = \sqrt{1+x}$ alrededor de $x_0 = 0$ y obtener, a partir del mismo un valor aproximado de $\sqrt{1.2}$.

(2)

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura U.N.R
Escuela de Formación Básica
Departamento de Matemática
ANALÍSIS MATEMATICO I
Año Académico 1999

EXÁMEN FINAL – PRACTICA – 10-08-99

Nº Legajo:	Apellido y nombres:	
División:	Profesor:	Carrera:

1. Dada $f(x)=\begin{cases} 1-|x| & \text{si } |x|\le 2 \\ -2 & \text{si } 2\le x\le 4 \end{cases}$

a) Representarla gráficamente.
b) A partir de la gráfica de f, graficar $y=f(x+1)$, $y=|f(x)|$ e $y=f(x)-2$, indicando en cada caso dominio y recorrido.
c) Analizar y clasificar, si existen, puntos de discontinuidad de f.

2. Derivar: a) $y=\dfrac{x(x-1)^{3/2}}{\sqrt{x+1}}$ b) $y=4^{\operatorname{sen} x}+(\operatorname{sen}^2 x)^x+\ln\operatorname{sen} x+\operatorname{sen}\dfrac{\pi}{2}$

3. Si $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$, determinar:

a) intervalos de crecimiento y decrecimiento
b) extremos relativos
c) intervalos de concavidad y si existen puntos de inflexión
d) extremos absolutos
e) con los datos anteriores, esbozar la gráfica de f

4. Calcular: a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{sen}^2 2x}{2x}$ b) $\lim\limits_{t\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{t}}\right)^t$ c) $\lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(\dfrac{x}{2}\right)^{-\ln x}$

5. Hallar dos números cuya diferencia sea 100 y su producto sea mínimo.

6. Sea $f(x)=2^{1-x}$.

a) Analizar si f admite función inversa f^{-1}. En caso afirmativo hallarla e indicar su dominio, contradominio y ley.
b) Obtener $f\circ g$, siendo $g(x)=-x^2$.
c) Resolver la ecuación $(f\circ g)(x)=8$.

7. Hallar $f(x)$, sabiendo que: $f''(x)=x^2+\operatorname{sen} x$ $f(0)=2$ $f'(0)=3$

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
EXAMEN DE ANÁLISIS MATEMÁTICO 1-
5 DE JULIO DE 2004- COMISIÓN:
ALUMNOS LIBRES: EJERCICIOS 1 AL 7
ALUMNOS QUE RINDEN 4º PARCIAL:EJERC. 3-a) 4-5-6 y 7

Ejercicio nº1: Dadas las funciones f(x)= $x^2 + x - 1$, $g(x) = \sqrt{x-1}$

a) Obtener el dominio y la ley de $g \circ f$

b) Obtener el dominio de la función $h(x) = \dfrac{(g \circ f)(x)}{x-1}$

c) Indicar el conjunto de puntos de continuidad de h y analizar si posee asíntotas horizontales v/o verticales. En caso afirmativo obtener su ecuación.

Ejercicio nº 2: Dada la función $f(x) = 2^{1-x}$

a) Indicar Dom(f) e Im(f)
b) Demostrar que f admite función inversa, indicando su dominio, Imagen y ley.
c) Representar en un mismo sistema cartesiano, la gráfica de f y de g= f^{-1}
d) Calcular $f'(3)$

Ejercicio nº 3:

a) calcular

$$\lim_{x \to \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{2x} \right)^x - 2 \right]$$

b) *Siendo* $g(x) = \dfrac{x^3 \cosh(x)}{e^{-x^2}} + \left(\sqrt{x-2}\right)^{x-1}$, *calcular* $g'(x)$

Ejercicio nº 4: Dada la función f(x)= $(x-2)e^{-x}$

a) hallar el dominio de f y su intersección con los ejes
b) hallar los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento de f y, de existir, los extremos relativos
c) hallar los intervalos de concavidad, y si hubiere los puntos de inflexión
d) hallar los límites necesarios para graficar f
e) Con los datos anteriores, efectuar un esbozo de la gráfica e indicar si admite extremos absolutos.

Ejercicio nº 5: Hallar los puntos de la gráfica de la función f(x)= $x^2 - 4$ que se encuentran más próximos al punto (0.-2).

Ejercicio nº 6: Hallar las primitivas (antiderivadas) de las siguientes funciones:

$a) f(x) = \dfrac{e^{2x}}{e^x - 5}$ $\qquad b) g(x) = \ln^2 x$ $\qquad c) h(x) = \operatorname{sen} \sqrt{x}$

Ejercicio nº 7: Obtener la antiderivada de $f(x) = \dfrac{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}{\sqrt{x}}$ que verifica F(1)=0

Análisis Matemático I – Examen 1/ 7 / 02

Alumno:. Legajo: Comisión

1. Dar el conjunto solución de cada una de las siguientes inecuaciones:

   $a) \dfrac{x+2}{-x+1} \geq 0 \qquad b) \; 2|3x-1| < 2$

2. Una escalera de 1,75m de longitud se apoya sobre una pared, a una distancia de 1,2m del piso. ¿ Cuál es el ángulo que forma la escalera con el piso?

3. Obtener el dominio de: $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-9}}{x-2} + 6$

4. Dada $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} & si\ x > -1 \\ -x+k & si\ x \leq -1 \end{cases}$

   a) Obtener un valor de k para que f sea continua en R

   b) Realizar la gráfica de f para dicho valor de k. ¿ Cuál es el conjunto Imagen de f?

   c) Realizar, a partir de la gráfica de f obtenida en c) , la de $g(x) = |f(x)-1|$

   d)¿ Es f inversible en su dominio? Justifique

5. a)Graficar una función que verifique simultáneamente:

   i) f está definida en $[0,3]$; $f(0) = 5$ y $f(3) = 8$

   ii) si $x \in [0,3]$, $f(x) \neq 7$

   b)¿ Puede ser f continua en $[0,3]$? . Justificar la respuesta.

6. Dar, si existen , las ecuaciones de las asíntotas verticales a la gráfica de la función siendo:

   $a) f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-9}}{x-3} \qquad b) f(x) = \dfrac{x^2-2x}{x(x-1)}$

7. Sabiendo que $f(x) = \dfrac{1}{x^3-1}$, $g(x) = \sqrt[3]{\operatorname{arcsen} x}$, $h(x) = \pi x^{2x}$, obtener:

   a) $(f \circ g)'(x) + h'(x)$; b) los puntos en que la tangente a la gráfica de f es horizontal

8. Una niña comienza a correr a partir de un punto A hacia el este a 3 m / s. Al mismo tiempo otra niña sale corriendo desde A hacia el norte a 2m /s. ¿ Cuál es la rapidez de variación de la distancia entre las niñas a los 3 minutos ?

9. Calcular: a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen^2 x}{x^2 + x}$; b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(\ln x)}{\sqrt{x}}$

10. Dada, $f(x) = \dfrac{3x^2}{x^2-1}$, determinar:

    a) La paridad de f, sus intervalos de monotonía y sus extremos relativos.

    b) Las asíntotas horizontales y /o verticales (si existen) y los límites necesarios para obtener un bosquejo de la gráfica de f c) Realizar un bosquejo de la gráfica de f.

11. Un alambre de 1m. de longitud se divide en dos trozos y con ellos se construyen un cuadrado y un círculo . Calcular la longitud que debe tener cada trozo para que la suma de las áreas de las figuras sea mínima.

12. Sea $f(x) = x.\cos x$. Obtener el polinomio de Mac Laurin grado 3. Dar , a partir del mismo, un valor aproximado de $f(3\pi/8)$.

Recuperan primer parcial : 1-2 Recuperan segundo parcial: 3 –4 –5 - 6 Recuperan tercer parcial: 7-8-9
Realizan parcial final : 10- 11- 12 Alumnos libres: 4 – 6 a) –7 a) - 8 – 9 –10 –11 – 12

1. Resuelva cada una de las siguientes inecuaciones:

a) $24 - x^2 \leq -1$ b) $\frac{x+1}{x} > 0$

2. Si $\cos\theta = \frac{2}{5}$ y $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, ¿cuánto vale $\tan\theta$?

3. a) Sea

$$f(x) = \begin{cases} |x-1| & si \quad 0 \leq x < 2 \\ ax+b & si \quad 2 \leq x \leq 3 \\ \frac{1}{x-2} & si \quad x > 3 \end{cases}$$ Dar, si existen, los valores de a y b para que f sea continua en su dominio.

b) Para los valores de a y b obtenidos en a) realice la gráfica de f. ¿ Cuál es el contradominio (o conjunto imagen) de f?

c) Realice la gráfica de la función par que coincide con f en $[0, \infty)$

d) Obtenga: $A = \{x / f(x) \leq 1\}$

4. Sea la función $f_{(x)} = \frac{(x-1)\sqrt{3x^2+9}}{2x-2}$ a) Determine, si existen, las ecuaciones de las asíntotas verticales

b) Halle la ecuación de la recta tangente al gráfico de f, en el punto de abscisa $a = 0$.

5. a) Halle las leyes de $f \circ g$, $g \circ f$ y sus respectivos dominios , siendo :

$$f(x) = \sqrt{x}; \quad g(x) = x^2 + x + 2 .$$

b) La función g restringida al intervalo $[0, \infty)$ admite inversa. Obtenga, sin dar la ley de la misma, $(g^{-1})'(4)$.

6. a) Sea $F(x) = f(sen\, x^2)$. Calcular $F'(\sqrt{\pi})$, sabiendo que $f'(0) = 3$.

b) Hallar la derivada de: $g(x) = \sqrt[3]{x}(sen\, x - tan x)^2 + x^{x^2+1}$

7. Calcular, si existen, los siguientes límites:

a) $\lim_{x \to 0^+} (cos\, ecx - \frac{cot\, anx}{2})$ b) $\lim_{x \to \infty} (1 + \frac{1}{x})^{x^2}$

8. Dada la función $f_{(x)} = ln(4 - x^2)$

a) Dé el dominio de f y pruebe que el único número crítico es $x = 0$ y que en el mismo se produce un máximo local de f.

b) Calcule los límites necesarios para lograr un esbozo de la gráfica de f y obtenga dicho esbozo.

9. Un rectángulo tiene un vértice en el origen, otro sobre la parte positiva del eje x , un tercero sobre el semieje positivo de las y y el cuarto sobre la recta de ecuación $2x + y = 100$.¿ Cuál es la máxima área posible de ese rectángulo?

10. Halle el polinomio de Maclaurin de tercer grado de la función $f_{(x)} = ln(1 + x)$. Utilícelo para calcular un valor aproximado de $ln(1{,}02)$

Recuperan 1° parcial: 1 y 2 Recuperan 2° parcial: 3, 4a) y 5a) Recuperan 3° parcial: 4b), 5b), 6 y 7

Rinden el 4° parcial: 8, 9 y 10 Alumnos libres: 3a), 4, 5, 6, 7, 8 y 9

ESCUELA DE FORMACIÓN BÁSICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ANÁLISIS MATEMÁTICO I - Año Académico 2003

EXAMEN FINAL PARA ALUMNOS LIBRES

Apellido y Nombres:.....			Fecha: 04-08-03
Legajo:	Carrera:	Comisión:	Nota

Ejercicio 1.- Dada la función $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+6} - x}{x^2 - 3x}$

a) Determine el dominio y halle los puntos de continuidad y de discontinuidad de la misma, indicando si las discontinuidades son evitables.

b) ¿Existen asíntotas horizontales y/o verticales de la gráfica de f? En caso afirmativo, halle las ecuaciones de las mismas.

Ejercicio 2.- a) Evalúe $f'(1)$ si $f(x) = (x^2+1)^{\ln x}$

b) Sea $f(x) = x^5 + 2x^3 + 4x \quad , x \in R$

i) Demostrar que f tiene inversa g

ii) Evalúe $g(7)$ y $g'(7)$

Ejercicio 3.-Justifique cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas:

a) $D(\log_8 x) = \dfrac{1}{3x \ln 2}$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{6^x - 3^x}{x} = \ln 2$

c) $D\left(10^{x^2}\right) = x \cdot 10^{x^2-1}$

Ejercicio 4.- Verifique que:

$$\lim_{x \to 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^3}} = \frac{1}{\sqrt{e}}$$

Ejercicio 5.- Se desea fabricar una caja rectangular de base cuadrada, con tapa, con dos materiales diferentes. El material de la tapa y las caras laterales cuesta 1 \$/dm^2. El material de la base cuesta 2 \$/dm^2. Determine la caja de mayor volumen posible cuyo costo sea de 144 \$.

Ejercicio 6.- Calcule: a) $\displaystyle\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}\,dx$ b) $\displaystyle\int sen\,x \cdot \cos x \cdot e^{sen\,x}\,dx$

c) Halle la función f que satisface $f''(x) = x^3 + x - 2\,sen\,x$, $f'(0) = -2$, $f(0) = \frac{4}{3}$

Ejercicio 7.- Sea $f(x) = \dfrac{ax^2 + b}{x - 2} \quad x \neq 2$ donde a y b son constantes reales

a) Halle a y b sabiendo que f tiene un extremo local en $x = 4$ y que $f(4) = 8$.

b) Analice qué tipo de extremo hay en $x = 4$ y si existen otros extremos.

c) ¿Existen asíntotas de la gráfica de la función f?

d) Esboce la gráfica de f.

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
ANÁLISIS MATEMÁTICO 1- 28 DE Julio de 2003-07-05
APELLIDO Y NOMBRE: Comisión:

4ª Parcial: Ejercicios 4, 5, 7
Alumnos libres: Ejercicios 1 a 7

Ejercicio n°1: Dada $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{3-x} - \sqrt{x^2+3}}{x} & si \quad x < 0 \\ x^2 + A & si \quad x \geq 0 \end{cases}$

se pide hallar el valor de A tal que f sea continua en su dominio.

Ejercicio n°2: Dada $f(x) = (1+2x)^{\frac{1}{3x}}$, se pide:

a) hallar $f'(x)$

b) Calcular $\lim_{x \to 0} f(x)$

Ejercicio n°3: Dada $f(x) = \dfrac{(x-1)\sqrt{2-x^2}}{x^2-1}$

a) se solicita hallar el dominio de derivabilidad de f. En dicho dominio, hallar la derivada.
b) hallar el punto a en el cual la recta tangente a la gráfica de la función f es paralela a la recta de ecuación $y-2x+1=0$

Ejercicio n4: Dada $f(x) = e^{-x^2} \cdot x^2$, se pide:

a) Indique el dominio de f y si la misma es o no par
b) Halle intervalos de crecimiento y/o decrecimiento y si existen, los extremos relativos
c) Halle los intervalos de concavidad, y en caso de existir, los puntos de inflexión.
d) Justifique la existencia o no de asíntotas, y en caso afirmativo, exprese su ecuación
e) Con los datos anteriores, grafique f.

Ejercicio n°5: Encuentre el área máxima posible de un rectángulo cuya diagonal tiene una longitud de 16 cms.

Ejercicio n°6: Halle la función h que verifique:

$h''(x) = \dfrac{1}{2}\left(e^x + e^{-x}\right)$ siendo $h'(0) = 1$ y $h(0) = -1$

Ejercicio n°7: Halle las primitivas de las funciones:

$f(x) = \ln 4\sqrt{x+1}$

$g(x) = x^2 \operatorname{sen} x \left[\dfrac{2}{\operatorname{sen} x} - \dfrac{1}{5x}\right]$

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
ESCUELA DE FORMACIÓN BÁSICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ANÁLSIS MATEMÁTICO 1

EXAMEN FINAL 6/12/99

NOMBRE:.....LEGAJO:.....CARR:.....DIV.:.....

1) Dada $f(x) = \begin{cases} e^{x^2} & \text{si } x \geq 0 \\ x + 2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$

I) Calcular a) f(-3), f(0)
b) ceros de f(x).

II) Graficar a) y= f(x)
b) t= |f(x)|
c) r= f(x) – 1

III) Analizar los puntos de continuidad de f.

2) Sea $h:(-\pi, \pi) \to R$ tal que

$$h(x) = \text{arc tg}\left(\frac{\text{sen } x}{1 + \cos x}\right)$$

a) Verificar que h'(x) = ½
b) La derivada de g(x) = ½ x es g'(x) = ½.
¿Nos permite esto establecer alguna relación entre las leyes de h y g?, ¿Cuál?. Justifique la respuesta.

3) Dada f(x) = ln ($x^2 - 9$)
a) Obtener el dominio de f.
b) Analizar si: i) existen números críticos de f.
ii) f admite puntos de inflexión.
c) Hallar las ecuaciones de las asíntotas, si existen.
d) Justificar que f admite inversa en (3, + ∞), hallar dominio y ley de f^{-1}.

4) Calcular los siguientes límites

a) $\lim_{x \to \infty} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$ b) $\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\text{senh } x}\right)$

5) Hallar dos números positivos cuyo producto sea 18 y su suma sea mínima.

6) Hallar una función que verifique:

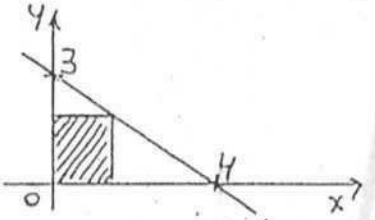
$$\begin{cases} h''(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) \\ h'(0) = 1 \\ h(0) = -1 \end{cases}$$

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERIA Y AGRIMENSURA
ESCUELA DE FORMACION BASICA
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
CATEDRA DE ANALISIS MATEMATICO I

EXAMEN FINAL	
Apellido y Nombres:	Comisión:
Carrera:	Fecha:20-12-99

1) Calcular: a) $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)-x}{1-\cos(x)}$ b) $\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$

2) Determine las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede inscribir en el triángulo como se indica en la figura:



3) Dada la función $g(x) = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) + \ln(e)$, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de g en el punto de abscisa $x = 0$.

4) Sea $g(x) = e^{1-x^2}$, justificar las siguientes afirmaciones:

a) g es creciente en $(-\infty, 0)$

b) La gráfica de g posee dos puntos de inflexión.

c) La gráfica de g tiene una asíntota horizontal.

5) Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} Cx + 3 & \text{si } x > 1 \\ x^2 + x - 2 & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$$

a) Determinar el valor de la constante C para que la función f sea continua en su dominio.

b) Para el valor de C obtenido en a) graficar f y |f| indicando en cada caso el conjunto imagen.

c) Justificar que f no es derivable en $x = 1$.

6) Dada $f(x) = \ln(x+1)$ y $g(x) = x^2 + x$,

a) Hallar (si existe) dominio y ley de f^{-1}.

b) Calcular $f^{-1} \circ g$

c) Calcular $\lim_{x\to 0} \frac{(f^{-1} \circ g)(x)}{x}$

UNR – FCEIA - ANÁLISIS MATEMÁTICO I - Comisión 54 – 2do semestre 2004

EXAMEN FINAL PARA ALUMNOS LIBRES - 06-12-04

Apellido y Nombres:.....

Legajo: ..... Carrera:.....

Ejercicio 1.-Sea $g(x) = \begin{cases} (arcsen\, x) - \dfrac{\pi}{2} & \text{si} \quad -1 < x < 1 \\ e^{x+1} - 1 & \text{si} \quad x \le -1 \\ \ln(x+1) & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$

a) Halle el dominio, conjunto imágen y la gráfica de g.
b) Halle la función inversa de g e indique su dominio
c) Clasifique, si existen, las discontinuidades de g.

Ejercicio 2.- Dada la función $f(x) = \left(\tan^{-1} x\right)^{\frac{1}{sen x}}$, obtenga: a) $f'(x)$ b) $\lim_{x \to 0^+} f(x)$

Ejercicio 3.- Dada la función $f(x) = (\arctan x) - 1$, se pide:

a) Determine los intervalos de concavidad de f.
b) Pruebe que f tiene un único punto de inflexión.
c) Halle, si existen, las ecuaciones de sus asíntotas. Y grafique f.

Ejercicio 4.- La altura de un triángulo aumenta a razón de 0.5 cm/min, mientras qu el área del mismo aumenta a razón de 1 cm^2/min. ¿ A qué velocidad cambia la base del triángulo cuando la altura es igual a 5 cm y el área de 25cm^2.

Ejercicio 5.- a) Dada $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$, halle $F(x) / F'(x) = f(x)$ y $F(0) = 3$

b) A partir de los resultados obtenidos en el ítem a. Calcule la antiderivada de: i) $f(x) = \dfrac{1}{e^{2x}+1}.e^x$ ii) $g(x) = \dfrac{3}{(3x-2)^2+1}$

Ejercicio 6 .- Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa, justificando su respuesta:

a) Sea $f(x)$ una función contínua en $[0,1]$, con valores en $[0,1]$. Entonces no existe $x \in [0,1] / f(x) = x$

b) $\cos(\tan^{-1} x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad \forall\, x \in R$.

c) Sea $f(x)$ una función contínua, tal que $\exists \lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ y $\exists \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.
Entonces todo polinomio de grado impar tiene al menos una raiz real

d) $F(x) = \ln\left|x + \sqrt{x^2 - a^2}\right|$ con $a \in R$ es una antiderivada de $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}}$

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

EXAMEN FINAL ANÁLISIS MATEMÁTICO I		01/08/05
APELLIDO Y NOMBRE:		
CARRERA:	LEGAJO:	CALIFICACIÓN COMISIÓN:

ALUMNOS QUE RINDEN 4° PARCIAL: EJ: 4, 5 Y 6. ALUMNOS LIBRES EJ.:1 A 6

1) Dada la función: $f(x)=\begin{cases} mx+1 & x\le 1 \\ \dfrac{1}{x}-4 & x>1 \end{cases}$

a) Hallar m para que la función dada sea continua en $x=1$.

b) Para dicho valor de m: i) Representar gráficamente *i)* $f(x)$ *ii)* $|f(x)+1|$.

ii) Analizar analíticamente si f es diferenciable en $x=1$?.

iii) Determinar las ecuaciones de las asíntotas de f, si éstas existen

2) Se supone que la altura $f(t)$ de un proyectil, t segundos después de haber sido lanzado hacia arriba a partir del suelo con una velocidad inicial de 45 m/s, está dad por la fórmula:

$$f(t)=45t-5t^2$$

a) Hallar por definición, la velocidad media del proyectil en el intervalo [0, 5] seg. y la velocidad en el instante t = 2 seg.

b) Calcular el tiempo que debe transcurrir para que la velocidad se anule.

c) Probar que el proyectil se mueve con aceleración constante.

3) Sea $h:\Re\to(-\infty,1)/\ h(x)=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$

a) Demostrar que admite inversa, h^{-1} en cualquier intervalo cerrado.

b) Calcular la pendiente de la recta tangente a la gráfica de h^{-1} en el punto de abscisa $x=0$.

4) Sea $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$

a) Demostrar que $f'(x)=\dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$ y $f''(x)=\dfrac{2x^3-6x}{(x^2+1)^3}$

b) Determinar si la función f es par o impar

c) Encontrar los intervalos de crecimiento y las coordenadas de los extremos relativos.

d) Encontrar los intervalos de concavidad y las coordenadas de los puntos de inflexión.

e) Determinar los límites $\lim_{x\to\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

f) Esbozar la gráfica de f.

g) Establecer los valores máximos y mínimos absolutos de f en el intervalo [-2,5].

5) Un rectángulo está inscripto en un semicírculo de radio 4. ¿Qué longitud y anchura debe tener para que su perímetro sea máximo?.

6) a) El volumen de un globo crece de acuerdo con la fórmula: $\dfrac{dV}{dt}=\sqrt{t}+\dfrac{2}{3}t$ (donde V se mide en cm^3 y representa el volumen a los t seg.). Si a los 4 seg. el volumen del globo es de 30 cm^3, obtener:

i) Una fórmula para V en función de t.

ii) El volumen del globo a los 9 seg.

b) Hallar la función que verifique las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} f''(x)=e^{-x}+\dfrac{x^3-2x+1}{\sqrt{x}}, \\ f'(0)=1,\ f(0)=-1 \end{cases}$$

Nombre y Apellido: Giuliano Paulo

Exámen Teórico. Análisis Matemático I – Agosto 2007-

Desarrollar cada item en forma clara, justificando , demostrando y acompañando con las representaciones gráficas que corresponda.

1) Definir: a) Funcion-Función Inyectiva-Gráfico de una función.

b) En forma precisa: $\lim_{x \to a^+} f(x) = L$ y de $\lim_{x \to a} f(x) = -\infty$, con sus respectivas interpretaciones gráficas.

c) Continuidad de una función en un punto.

d) Derivada de una función en un punto con su interpretación geométrica.

e) Incremento de una función y diferencial de una función. Interpretación geométrica y relación entre ambos conceptos.

2) Responder V o F, justificando la respuesta.

a) $f(x) = \frac{sen\pi x}{x}$ tiene una discontinuidad evitable en x = 0

b) La función $f(x) = \frac{-x}{\sqrt{x^2+2}}$ es una función par.

c) La función $f(x) = x^5 - 3x - 8$ tiene un cero en el intervalo (-1;2).

d) Si f es creciente en R, y g es decreciente en R, entonces (fog) es decreciente en R.

e) $\lim_{x \to 1}(x-1)^{\ln x} = 1$

f) Si $f'(x) = g'(x)$ cuando 0<x<1, entonces $f(x) = g(x)$ si 0<x<1.

g) $tgh(\ln x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ (tgh indica tangente hiperbólica de...)

3) Enunciar y demostrar la regla de derivación de un producto de dos funciones.

4) Enunciar, interpretar gráficamente y demostrar el teorema del valor Medio (Lagrange).

5) Definir Función Inversa.
– Dada f(x)= arcsen(x) , obtener analíticamente su derivada.

6) Probar que: a) $\lim_{x \to 0} \frac{senx}{x} = 1$

b) Si f tiene un máximo o mínimo local en c y si f'(c) existe, entonces f'(c)=0. (Teorema de Fermat)

7) Definir antiderivada de una función. Notación. Propiedades.

Análisis Mat. I 2004

Teoría

Demostraciones de teoremas para el final

1) Demostración de la ley de la suma para límites finitos.
2) Teorema del emparedado ✓
3) Las funciones polinómicas son continuas $\forall x \in R$
4) Las funciones racionales son continuas en su dominio.
5) Si f(x) es derivable en x = a, entonces f(x) es continua en x = a.
6) Fórmulas de derivación: Derivada de una constante, regla de las potencias, derivada de la suma y resta, derivada de una constante por una función. Derivada del producto de dos funciones. ✓
7) $\lim_{x \to 0} \frac{senx}{x} = 1$ ✓
8) Derivada de las funciones sen x , cos x, tan x. ✓
9) Si f es una función inyectiva diferenciable con su función con su función inversa $g = f^{-1}$ y si $f^{-1}(g(a)) \neq 0$, la función inversa es diferenciable en a y ✓

$$g'(a) = \frac{1}{f'(g(a))}$$

10) Derivadas de las inversas de las funciones trigonométricas (sen x , cos x, tan x), logaritmo en cualquier base, a^x, e^x. ✓
11) Prueba de las identidades hiperbólicas
12) Prueba de las derivadas de las funciones hiperbólicas
13) Teorema del valor extremo (solo enunciado). → Weirstrass
14) Teorema de Fermat.
15) Teorema de Rolle
16) Teorema del valor medio.
17) Si $f'(x) = 0$, entonces $f(x) = K$.
18) Corolario pag 266.
19) Prueba de las funciones monótonas.
20) Prueba de la segunda derivada.

Lunes 16 15

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
EXAMEN DE ANÁLISIS MATEMÁTICO 1-
5 DE JULIO DE 2004- COMISIÓN:
ALUMNOS LIBRES: EJERCICIOS 1 AL 7
ALUMNOS QUE RINDEN 4º PARCIAL:EJERC. 3-a) 4-5-6 y 7

Ejercicio nº1: Dadas las funciones f(x)= $x^2 + x - 1$, $g(x) = \sqrt{x-1}$

a) Obtener el dominio y la ley de $g \circ f$

b) Obtener el dominio de la función $h(x) = \dfrac{(g \circ f)(x)}{x-1}$

c) Indicar el conjunto de puntos de continuidad de h y analizar si posee asíntotas horizontales y/o verticales. En caso afirmativo obtener su ecuación.

Ejercicio nº 2: Dada la función $f(x) = 2^{1-x}$

a) Indicar Dom(f) e Im(f)
b) Demostrar que f admite función inversa, indicando su dominio, Imagen y ley.
c) Representar en un mismo sistema cartesiano, la gráfica de f y de g= f^{-1}
d) Calcular $f'(3)$

Ejercicio nº 3:

a) calcular

$$\lim_{x \to \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{2x} \right)^x - 2 \right]$$

b) Siendo $g(x) = \dfrac{x^3 \cosh(x)}{e^{-x^3}} + \left(\sqrt{x-2}\right)^{x-1}$, calcular $g'(x)$

Ejercicio nº 4: Dada la función f(x)= $(x-2)e^{-x}$

a) hallar el dominio de f y su intersección con los ejes
b) hallar los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento de f y, de existir, los extremos relativos
c) hallar los intervalos de concavidad, y si hubiere los puntos de inflexión
d) hallar los límites necesarios para graficar f
e) Con los datos anteriores, efectuar un esbozo de la gráfica e indicar si admite extremos absolutos.

Ejercicio nº 5: Hallar los puntos de la gráfica de la función f(x)= $x^2 - 4$ que se encuentran más próximos al punto (0,-2).

Ejercicio nº 6: Hallar las primitivas (antiderivadas) de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \dfrac{e^{2x}}{e^x - 5}$ b) $g(x) = \ln^2 x$ c) $h(x) = \operatorname{sen} \sqrt{x}$

Ejercicio nº 7: Obtener la antiderivada de $f(x) = \dfrac{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}{\sqrt{x}}$ que verifica F(1)=0

ESCUELA DE FORMACIÓN BÁSICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ANÁLISIS MATEMÁTICO I - Comisiones 17 , 18 , 19 y 20 – Año 2004

Parcial N° 4 – Tema 1

Apellido y Nombres:.....		Fecha: 26-07-04
N° de legajo:	Carrera:.....	Comisión:.....

Ejercicio 1.- Calcule los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to-\infty}\left(x^2 e^{\frac{1}{x}} - x^2\right)$ 10

b) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} (\tan x)^{\cos x}$

Ejercicio 2.- a) Halle la función h tal que $h'(x)=e^{2x}\sqrt{1+e^x}$ y $h(0)=1$.

b) Calcule las primitivas de la función $g(x)=\operatorname{sen} x\ \ln(\cos x)$.

Ejercicio 3.- Halle el punto de la curva de ecuación $y=\sqrt{x+4}$ que esté más cerca del punto $P(-2,0)$.

Ejercicio 4.- Si $f(x)=x\ \arctan x^2$, pruebe que $f''(x)=\dfrac{6x-2x^5}{\left(1+x^4\right)^2}$ y obtenga los intervalos de concavidad y las abscisas de los puntos de inflexión, si existen.

Ejercicio 5.- Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa, justificando su respuesta:

a) $\tan(\operatorname{arcsen} x)=\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ para $-1<x<1$.

b) Si f es una función definida en un intervalo (a,c) y b es un punto de (a,c) tal que $f'(b)=0$ entonces f tiene un extremo local en b.

c) $\operatorname{senh}(\ln 2)=\frac{3}{4}$.

d) Existe una función f, continua en $[0,2]$ y diferenciable en $(0,2)$, tal que $f(0)=-1$, $f(2)=4$ y $f'(x)\le 2\ \ \forall x\in(0,2)$.

e) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{\operatorname{senh} x}{e^x}=1$.

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
ESCUELA DE FORMACIÓN BÁSICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ANÁLISIS MATEMÁTICO I - Examen Final - 16/12/02

Legajo:	Apellido y Nombres:
Comisión:	Carrera:

Alumnos libres: Ejercicios del 1 al 8 **Alumnos promovidos**: Ejercicios 5 – 6 - 8

Ej. 1 Sea la función $f(x)=\begin{cases} \frac{x^3+x+1}{x+3}+\frac{sen^3(2x)}{x^3} & \text{si} \quad x\neq 0,\ x\neq -3 \\ 3 & \text{si} \quad x=-3 \\ A & \text{si} \quad x=0. \end{cases}$

a) Hallar el valor de A para el cual f es continua en $x=0$.
b) Hallar el conjunto de puntos en los cuales f es continua.

Ej. 2

a) Calcular un valor aproximado del número $\sqrt[3]{1,02}+\sqrt[4]{1,02}$, empleando diferenciales.
b) Hallar $g'(2)$, siendo g la función inversa de $f(x)=\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}$.

Ej. 3 Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $e^{3-x^3}=2$
b) $cosh(\ln x)=\frac{5}{3}$
c) $\ln(x^{\pi})=2$

Ej. 4 Si $f(x)=(1+2\,sen\,x)^{1/x}$, obtenga: a) $f'(x)$
b) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

Ej. 5: Determine las dimensiones del rectángulo de área máxima que, estando en el primer cuadrante, tiene dos de sus lados sobre los ejes coordenados, y uno de sus vértices en la recta que une los puntos (0,4) y (3,0).

Ej. 6: Dada $f(x)=\ln(16-x^2)$.

a) Obtener el dominio de f
b) Analizar si i) existen números críticos de f
ii) f admite puntos de inflexión
c) Hallar las ecuaciones de las asíntotas, si existen
d) Justificar que f admite inversa en $(0,4)$, hallar el dominio y la ley de f^{-1}

Ej. 7: Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to\infty}(e^x+x)^{1/x}=$ b) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{senh\,x}\right)=$

Ej. 8: Dada $f(x)=x\,e^x$, hallar :

a) la ecuaciones de la recta tangente a la gráfica de f en x = 1.
b) calcular el valor aproximado de f(0.1) por el polinomio de Taylor de f de orden tres.

NOTA: Alumnos libres: Ejercicios del 1 al 8
Alumnos regulares: Ejercicios 5 – 6 - 8

Análisis Matemático I	02/12 / 02
Alumno:	Comisión:

Ejercicio 1.- Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3-x^2}{2} & si \quad 0 \le x < 1 \\ \dfrac{1}{x} & si \quad 1 \le x \le 2 \end{cases}$$

a) Realiza el gráfico de f

b) Prueba que f es continua en [0,2] y derivable en (0,2).

c) Determina todos los posibles valores medios establecidos por el Teorema del Valor Medio en [0 , 2] previa justificación del uso del mismo.

d) Justifica la existencia de la inversa de f y halla ley, dominio e imagen de f^{-1}.

Ejercicio 2.- Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \to 0} \dfrac{senx - x}{1 - \cos x - x^2}$

b) $\lim_{x \to 0} \left(1 + \dfrac{1}{2x}\right)^{\operatorname{sen} x}$

Ejercicio 3

Calcula la derivada de la siguiente función:

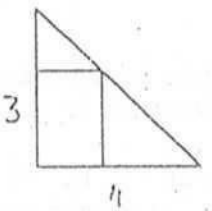
$$f(x) = \frac{\cosh\left(2x^2 + x\right)}{e^{2x}} + 3x^{x-2} - arctg\left(\sqrt{x}\right)$$

Ejercicio 4.-

Un globo esférico se hincha a razón de 20 metros cúbicos por minuto
¿Cómo varía el radio en el instante en que el diámetro es : a) 1 metro, b) 2 metros?

Ejercicio 5

Calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede inscribir en un triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 3 cm y 4 cm, si dos de los lados del rectángulo están en los catetos, como se indica en la figura.



Ejercicio 6.-

a) Encuentra el polinomio de Mclaurin de grado 3 de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+x}}$.

b) Da una aprovimación de $\dfrac{1}{\sqrt{0.9}}$, utilizando dicho polinomio.

Ejercicio 7.- Sea $f(x) = (1-x)e^{-x}$. Se pide:

a) Hallar dominio de f,
b) Hallar intervalos de crecimiento y/o decrecimiento y extremos relativos (si existen)
c) Intervalos de concavidad
d) los límites necesarios para graficar f
e) Un esbozo de la gráfica de f.
f) Máximos y mínimos absolutos (si existen)

Alumnos libres: 1 - 2 - 3 - 4 -5 - 6 - 7