Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
Av. Pellegrini 250. S2000BTP Rosario. Sta. Fe

Examen Final (Promovidos/ 1ra parte Regs. y Libres) - 04/08/2026

Apellido y nombre

Legajo: DNI: Carrera:

Justificar adecuadamente todas las respuestas.

1. Suponga que existen 9 programas $(P_1, \ldots, P_9)$ instalados en 8 computadoras $(C_1, \ldots C_8)$, de acuerdo a la siguiente lista:

C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8
$\textcircled{P_1}, P_2, P_6, P_9$	$\textcircled{P_2}, P_7, P_8$	$\textcircled{P_3}, P_6$	$P_3, \textcircled{P_5}, P_8$	$P_6, \textcircled{P_7}, P_9$	$P_1, P_2, \textcircled{P_3}, P_4, P_6$	$\textcircled{P_8}, P_9$	$P_1, P_2, \textcircled{P_6}$

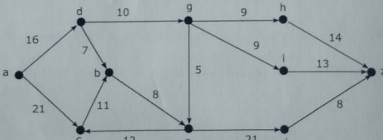
Plantee y resuelva cada una de las siguientes situaciones usando un modelo de Teoría de Grafos.

a) Se pretende distribuir las computadoras en salas, de modo que las que estén en la misma sala no tengan ningún programa en común. ¿Cuál es el mínimo número de salas necesarias? ¿Qué computadora iría en cada sala?

b) Supongamos ahora que, por el tipo de licencia del software adquirido, un programa no puede ser utilizado en dos computadoras al mismo tiempo ¿Cuál es el máximo número de programas que pueden utilizarse simultáneamente entre las 8 computadoras?

2. Sea $G = (V, E)$ un grafo simple, sin lazos, conexo y planar, con $|V| \geqslant 3$. Si $\overline{G}$ también es conexo y planar, demuestre que $|V| \leqslant 10$.

3. Dada la siguiente red $a - z$ con capacidades sobre los arcos, determine si el conjunto de nodos $S = \{a, b, c, d\}$ define un corte mínimo $(S, \overline{S})$.



Examen Final (regular - libre) - 04/08/2026

Apellido y nombre:

Legajo: DNI: Carrera:

Justificar adecuadamente todas las respuestas.

1. Sea G un grafo simple con $n = |V(G)|$ y $E(G) \neq \emptyset$.

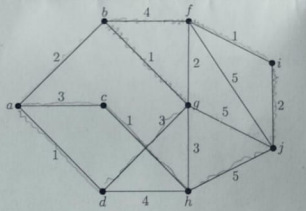
   a) Probar que si $n = 3$ entonces G tiene un subgrafo bipartito H (no necesariamente inducido) con $|E(H)| > \dfrac{|E(G)|}{2}$.

   b) Sea $v \in V(G)$ y (X, Y) una partición de $V(G) - \{v\}$. Demostrar que

   $$\text{máx}\{|N_G(v) \cap X|, |N_G(v) \cap Y|\} \geq \left\lceil \frac{d_G(v)}{2} \right\rceil.$$

   c) Probar que G tiene un subgrafo bipartito H (no necesariamente inducido) con más de $\dfrac{|E(G)|}{2}$ aristas.

2. Considerar el siguiente grafo ponderado.



   a) Hallar los caminos más cortos desde el vértice a a los restantes.

   b) Considerar el grafo determinado por los caminos hallados en el ítem anterior. ¿Es un árbol recubridor de peso mínimo?

   c) En caso de que la respuesta anterior sea afirmativa. ¿Ocurre siempre que el grafo de caminos mínimos de un vértice fijo a los restantes es un árbol recubridor de peso mínimo?

3. Sea G el grafo definido de la siguiente manera:

   - $V(G) = \{v_i : i \in [7]\}$,
   - $v_i v_j \in E(G) \iff [i, j \text{ son ambos pares}] \vee [i, j \text{ tienen distinta paridad}]$.

a) Analizar si G tiene ciclo hamiltoniano y/o camino hamiltoniano.

b) En base a la respuesta anterior, ¿$G \square K_2$ es hamiltoniano?

4. **Estudiantes en condición libre:** Analizar la veracidad de los siguientes enunciados:

a) Si G es un grafo bipartito conexo, entonces $diam(G) = 2$.

b) Si G es un grafo tal que $diam(G) = 2$, entonces G es bipartito conexo.