Apellido y Nombre:
Carrera: Comisión: Legajo:

Álgebra y Geometría Analítica I - 17 de Abril de 2024
Primer Parcial - Tema 1

1. Dadas las rectas $r_1) \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 7 + 5t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$ y $r_2)\ x - 5y + 10 = 0$

   a) Graficar las rectas r_1 y r_2.

   b) Determinar si r_1 y r_2 son paralelas, ortogonales o ninguna de ellas. Justificar analíticamente.

   c) Determinar un punto $P \in r_2$ tal que $d\,(P, r_1) = \frac{24}{\sqrt{26}}$.

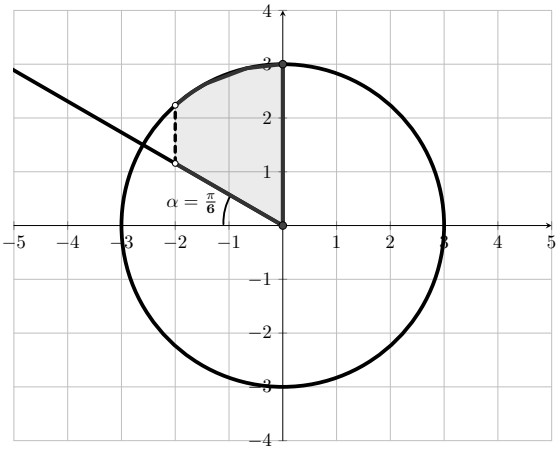
2. Considerar los puntos $A(-1, \frac{1}{2}, -2)$, $B(0, \frac{5}{2}, 1)$, $C(-2, \frac{1}{2}, 0)$ y $D(-1, -\frac{5}{2}, -3)$.

   a) Calcular el área del triángulo de vértices A, B y C.

   b) Calcular el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y D.
   Recordar que un paralelepípedo tiene el mismo volumen que 6 tetraedros los cuales son todos iguales entre sí y AB, AC, AD son tres de sus seis aristas.

   c) Obtener los cosenos directores de $\overrightarrow{AD}$.

3. a) Caracterizar la siguiente región sombreada mediante un subconjunto A de $\mathbb{C}$.



   b) Analizar si el número complejo $z = \dfrac{(2i)^{10}}{(1 + \sqrt{3}i)^{10}}$ pertenece al conjunto A, justificando tu respuesta.

   c) Graficar al conjunto $B = \{z \in \mathbb{C} : |Re(z)| \leq 3,\ Im(z) < 2,\ -\frac{\pi}{2} \leq arg(z) < 0\}$.

   d) Analizar si el número complejo z definido en el item b) pertenece al conjunto B, justificando tu respuesta.

   e) Para todo $z \in \mathbb{C}$, demostrar que vale que $\dfrac{(z - \bar{z})}{i}$ es igual al doble de la parte imaginaria de z.