Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
Av. Pellegrini 250. S2000BTP Rosario. Sta. Fe

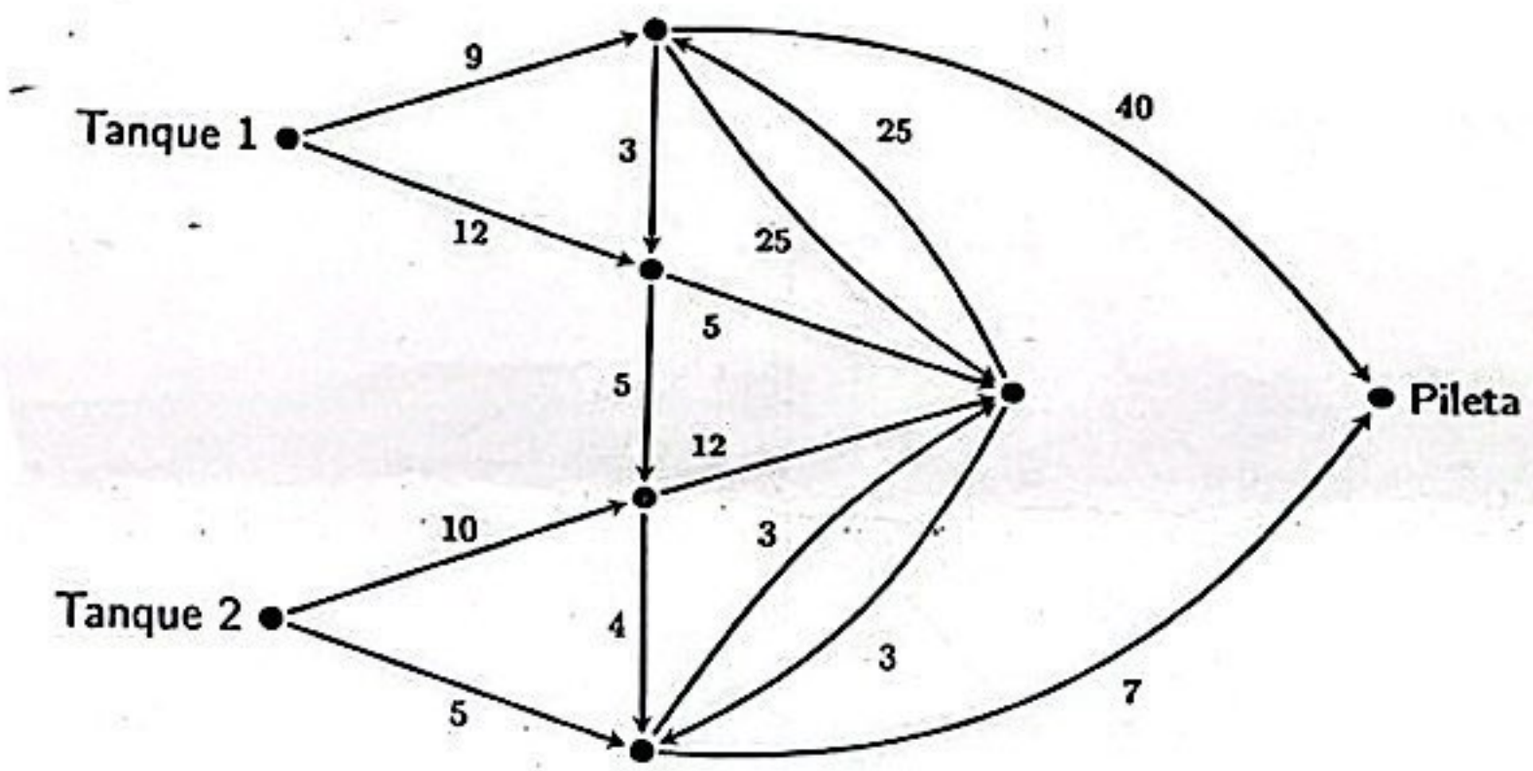


# Examen Final - 10/7/2023
## Estudiantes regulares

Apellido y nombre:

Legaj DNI: Carrera:

1. La pileta de una cocina recibe agua de dos tanques. Las conexiones de las tuberías se encuentran representadas en la siguiente figura, donde están dadas las respectivas capacidades por unidad de tiempo (litros por minuto). Se quiere determinar la cantidad máxima de litros de agua por minuto que puede ingresar a la pileta.




a) Modele el problema como uno de flujo en redes y resuélvalo iterando el algoritmo de Ford-Fulkerson.

b) Se desea interrumpir el suministro de agua de la red. Para ello, se desean elegir ciertas tuberías para cortar el paso del agua. ¿Qué tuberías se deben elegir si se desea que la suma de las capacidades de las tuberías elegidas sea mínima? Justifique adecuadamente.

2. Sea $G = (V, E)$ un grafo bipartito. Demuestre que existe un matching $M$ en $G$ tal que $\frac{|E|}{\Delta(G)} \leqslant |M|$.

3. Dado un grafo simple $G$ y $v \notin V(G)$, definimos el grafo $\hat{G}^1$ con conjunto de vértices $V(\hat{G}^1) = V(G) \cup \{v\}$ y conjunto de aristas $E(\hat{G}^1) = E(G) \cup \{(u, v) : u \in V(G)\}$. Además, para $k \geqslant 2$, definimos

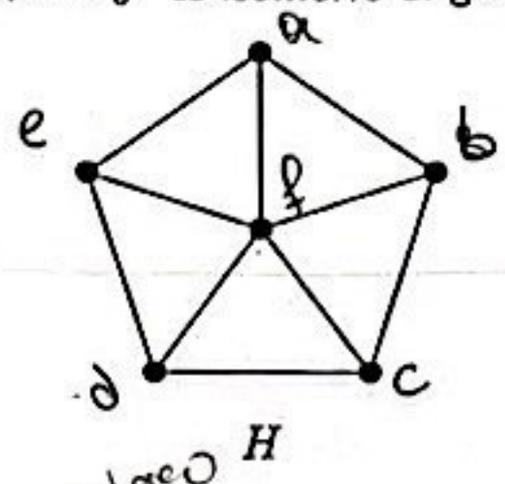
$$\hat{G}^k := \widehat{\hat{G}^{k-1}}^1.$$

(Es decir, $\hat{G}^k$ se obtiene al agregar $k$ nuevos vértices universales al grafo $G$).

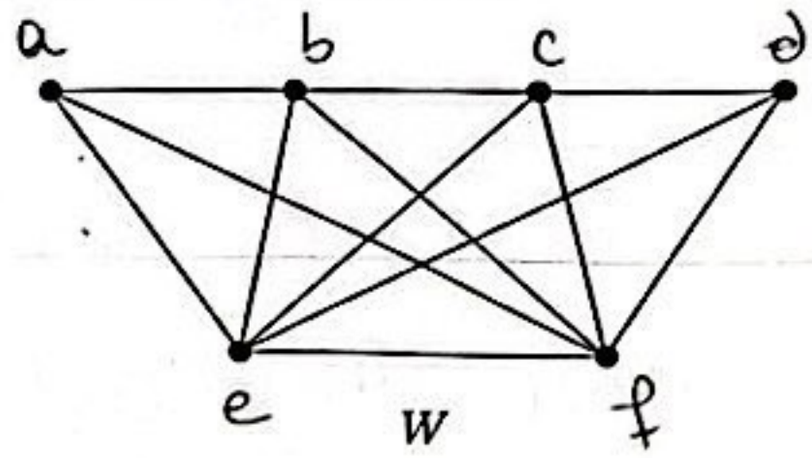


Scanned with CamScanner

a) Probar que $\widehat{C_5}^1$ es isomorfo al grafo $H$ y $\widehat{P_4}^2$ es isomorfo al grafo $W$.




$H$




$W$

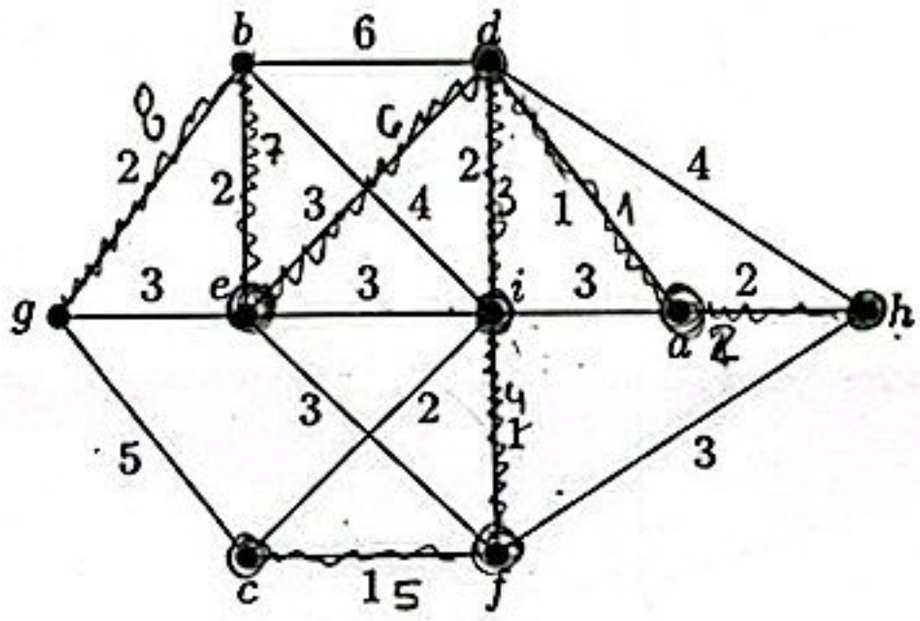
b) Mostrar que $\chi(\hat{G}^k) = \chi(G) + k$ para todo $k \geq 1$.

c) Si $G$ es euleriano y $|V(G)|$ es par, ¿para qué valores de $k$ es $\hat{G}^k$ euleriano? ¿Y si $|V(G)|$ es impar?

d) Mostrar que $\hat{G}^k$ es hamiltoniano para todo $k \geq |V(G)|$.

e) Probar que si $k \geq 4$, entonces $\hat{G}^k$ no es planar.

4. Considere el siguiente grafo ponderado.




a) Halle un camino de peso mínimo entre el vértice $a$ y cada uno de los restantes vértices, mediante el algoritmo de Dijkstra.

b) Halle un árbol generador de peso mínimo del grafo.

c) Exhiba el árbol generador del grafo que obtiene el algoritmo de *búsqueda en anchura* siguiendo el orden alfabético de los vértices.



Scanned with CamScanner