FCEIA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERIA Y AGRIMENSURA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
Av. Pellegrini 250. S2000BTP Rosario. Sta. Fe

Análisis Matemático I - ECEN - 2023

Examen Final Teórico

14 de julio 2023 ✏ **HORA DE ENTREGA: 11h30**.

Apellido y nombre:

Legajo: DNI: Comisión: Carrera:

1. -a- Definir **conjunto acotado** y **supremo de un conjunto**.
   -b- Dar un ejemplo de un conjunto acotado.
   -c- Siendo A y B subconjuntos no vacíos y acotados de $\mathbb{R}$, mostrar que existe el supremo del conjunto $A \cup B$.

2. a/ Definir detalladamente **función real** y **gráfica de función**.
   b/ Dada una función $f : [a, b] \to \mathbb{R}$. ¿Cuál es la función g cuya gráfica se obtiene trasladando verticalmente hacia arriba la gráfica de la función f? ¿Cuál es el dominio de g?
   c/ Nuevamente considerando a la función $f : [a, b] \to \mathbb{R}$, cuál es la función h cuya gráfica se obtiene trasladando horizontalmente hacia la derecha la gráfica de la función f? Cuál es el dominio de h?
   d/ Dar un ejemplo de una tal función f y de otra función k cuya gráfica sea alguna dilatación de la gráfica de f.

3. Enunciar y probar el Teorema de Intercalación.
   Sea $f : \mathbb{R} \to [0, +\infty)$ tal que $f(x) \leqslant (x-1)^2$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Analizar la existencia del límite
   $$\lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{\sin(x-1)}.$$

4. Definir *derivada de una función*.
   a) Enuciar y demostrar el *Teorema de Lagrange*.
   b) Probar que si una función f es derivable en un intervalo (a, b) y $f'(x) \leqslant 0 \ \forall x \in (a, b)$ entonces f es no creciente en (a, b).
   c) Demostrar que si $x, y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ entonces
   $$|\tan(x) - \tan(y)| \geqslant |x - y|.$$

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119