# Examen Final Práctico AMII - 25/07/24

Apellido y nombre: Legajo: Carrera:

**PARTE 1:** PROMOVIDOS - REGULARES - LIBRES

1. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{(x^2+y^2)} - 1}{x^2 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

   *a*) Determine la continuidad de $f$ en $(0,0)$.

   *b*) ¿Es $f$ diferenciable en $(0,0)$?

2. Dado $x$ tal que $0,99 < x < 1,01$. Acote el error cometido si se aproxima el valor de $\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ con $\dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2}x$.



ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119

# Examen Final Práctico AMII - 25/07/24

Apellido y nombre: Legajo: Carrera:

**PARTE 2:** REGULARES - LIBRES

3. Determine el valor de $\alpha$ de manera tal que al rotar, alrededor del eje $x$, la región

$$R = \left\{(x, y) : 1 \leqslant x \leqslant 2, \frac{\alpha}{x} \leqslant y \leqslant \alpha\right\},$$

el volumen del sólido obtenido sea igual a $\pi$.

4. Sea $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ una función continua tal que $f(x) > 0$ para todo $x \in (0, \infty)$. Considere la función $\phi : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ definida por

$$\phi(x) = \begin{cases} \dfrac{\int_0^x t f(t)dt}{\int_0^x f(t)dt} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

.

*a*) Muestre que $\phi$ es continua en $[0, \infty)$.

*b*) Pruebe que $\phi$ es estrictamente creciente en $[0, \infty)$.

5. Determine si la siguiente proposición es verdadera o falsa. Justifique.

Si $f : [a, \infty) \to \mathbb{R}$ es una función continua, positiva y tal que $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$, entonces $\int_a^\infty f(x)dx$ es convergente.

6. Pruebe que para todo $x, y \in \mathbb{R}^+$, vale la desigualdad $x \ln x + y \ln y \geqslant (x + y) \ln(\frac{x+y}{2})$.

*Ayuda: Desigualdad de Jensen. Si $f$ es convexa en $[x, y]$ entonces $f(\frac{x+y}{2}) \leqslant \frac{f(x)+f(y)}{2}$.*



ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119

# Examen Final Práctico AMII - 25/07/24

Apellido y nombre: Legajo: Carrera:

**PARTE 3:** LIBRES

7. Encuentre la longitud de arco de la curva dada por la gráfica de la función $f(x) = \dfrac{x^2}{8} - \ln x$, entre las rectas $x = 1$ y $x = e$.

8. Halle las primitivas de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{3x^2 - 5}{x^3 + 2x}.$$



ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119