Apellido y Nombre:
Carrera: Comisión: Legajo:

Álgebra y Geometría Analítica I - 05 de Junio de 2024
Segundo Parcial - Tema 1

1. Determinar un polinomio $Q \in \mathbb{R}[x]$ de mínimo grado que verifique todas estas características (simultáneamente) :

   i. Las raíces de $P(x) = x^4 - \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{6}x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$ son también raíces de Q.

   ii. Es divisible por $(x - i)$.

   iii. $Q(0) = 6$

2. En cada ítem, demostrar la validez del argumento, o presentar una asignación para la cual el argumento no es válido.

   a.
   $$\begin{array}{l} p \to (q \to r) \\ p \vee s \\ t \to q \\ \neg s \\ \hline \therefore \neg r \to \neg t \end{array}$$

   b.
   $$\begin{array}{l} s \\ q \vee \neg t \\ (p \wedge q) \to r \\ \neg p \to s \\ \hline \therefore t \to r \end{array}$$

3. a. Sea $A_n = \{\{-n\}, n, \{n+1, n+2\}, -n+3\}$ para todo $n \in \mathbb{N}$, determinar la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones, justificando la respuesta.

   i) $\{1\} \in A_1$ iii) $\emptyset \subset A_n, \forall n \in \mathbb{N}$ v) $\{3,4\} \subset A_2$
   ii) $\{-1\} \in P(A_1)$ iv) $\{\{2\}\} \subseteq A_1$ vi) $A_2 \subset A_3$

   b. Considerando los mismos conjuntos del item anterior, determinar:

   i) $A_2 \triangle A_3$ ii) $\bigcup_{n=1}^{3} A_n$ iii) $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$

4. Sea $X = \{1,2,3,4,5\}$, se define la relación $\mathcal{R}$ en $\mathcal{P}(X)$ como

   $$A \mathcal{R} B \Leftrightarrow A \subseteq B$$

   a. Demostrar que $\mathcal{R}$ es una relación de orden.

   b. ¿Es $\mathcal{R}$ un orden total? Justificar.

   c. Realizar el diagrama de Hasse de la relación $\mathcal{R}$ restringida a los siguientes elementos de $\mathcal{P}(X)$: $\{1,3\}$, $\{3,4\}$, $\{1\}$. $\{3\}$, $\{3,5\}$ y $\emptyset$.

   d. A partir del diagrama de Hasse del item anterior, determinar las cotas inferiores del conjunto $\{\{3,4\}\}$. ¿Posee ínfimo?