Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Departamento de Matemática - Escuela de Ciencias Exactas y Naturales

ÁLGEBRA y GEOMETRÍA ANALÍTICA I - 2015

Licenciatura en Ciencias de la Computación

Examen Final - 4 de agosto de 2015

Nombre y Apellido:..... Legajo:.....

Alumnos promovidos, regulares y libres

1. Hallar un polinomio $p \in \mathbb{R}[x]$ de grado mínimo que satisfaga simultáneamente las siguientes condiciones:
   a) $p(1) = 0$.
   b) las raíces racionales de $q(x) = \frac{1}{2}x^5 - x^4 + \frac{1}{2}x^3 - x^2 - x + 2$ son también raíces de p.
2. Sea T el triángulo de vértices $A(-1, 3)$, $B(1, -1)$ y $C(3, 3)$.
   a) Hallar las ecuaciones de las rectas que contienen a las medianas de T (*mediana*: segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto).
   b) Verificar que las tres medianas se intersectan en un punto y calcular las coordenadas de dichos puntos.
   c) Graficar las rectas halladas.

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Departamento de Matemática - Escuela de Ciencias Exactas y Naturales

ÁLGEBRA y GEOMETRÍA ANALÍTICA I - 2015

Licenciatura en Ciencias de la Computación

Examen Final - 4 de agosto de 2015

Nombre y Apellido:..... Legajo:.....

Alumnos regulares y libres

1. Dados los vectores $u = (2, -4, 1)$, $v = (4, 0, 2)$ y $w = (2, 1, 1)$ de $\mathbb{R}^3$, se pide:
   a) Verificar que forman una base de $\mathbb{R}^3$.
   b) Hallar las componentes del vector $(1, 0, 0)$ en la base u, v, w.
   c) Hallar x en $\mathbb{R}^3$ tal que
   $$2x + 3v = (u \times w)(2u - v)$$
2. Sean $f : X \mapsto Y$ una función, $A \subseteq X$, $B \subseteq Y$.
   a) Probar que si f es suryectiva, $f(f^{-1}(B)) = B$.
   b) Probar que si f es inyectiva, $f^{-1}(f(A)) = A$.
   c) Dar ejemplos donde las igualdades anteriores no sean válidas.
3. Determinar si cada uno de los siguientes enunciados es verdadero o falso, justificando la respuesta:
   a) Las rectas
   $$r_1 : \begin{cases} x = b - 4t \\ y = 5 + 2t \end{cases} \qquad r_2)\ 2x - y + a = 0$$
   son perpendiculares cualesquiera sean $a, b \in \mathbb{R}$.

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Departamento de Matemática - Escuela de Ciencias Exactas y Naturales

ÁLGEBRA y GEOMETRÍA ANALÍTICA I - 2015

Licenciatura en Ciencias de la Computación

Examen Final - 4 de agosto de 2015

Nombre y Apellido:..... Legajo:.....

Alumnos libres

1. En el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ se considera la relación binaria $R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (1,8), (2,2), (2,5), (2,6), (2,8), (3,3), (3,5), (3,7), (3,8), (4,4), (4,6), (4,7), (4,8), (5,5), (5,8), (6,6), (6,8), (7,7), (7,8), (8,8)\}$. Se pide:
   a) Comprobar que R determina un orden en A.
   b) Realizar un adecuado diagrama de Hasse que represente (A, R).
   c) Calcular los máximos y mínimos del conjunto ordenado A.
   d) Calcular los maximales y minimales del conjunto $B = A - \{1, 8\}$.
   e) Calcular las cotas superiores e inferiores de $B = A - \{1, 8\}$
2. Sean A y B conjuntos tales que $A \subseteq B$. Se define en $\mathcal{P}(A)$ la siguiente relación

$$X \equiv Y \Leftrightarrow X \cap B = Y \cap B$$

   a) Demostrar que $\equiv$ es una relación de equivalencia. Si $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $B = \mathbb{N}$, describir la clase de equivalencia de $X = \{1, 2\}$.
   b) Determinar si $\equiv$ es o no una relación de orden en $\mathcal{P}(A)$, justificando la respuesta.