Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Ciencias de la Computación
Complementos de Matemática II

Nombre y Apellido: Legajo:

Examen Parcial

1. Sea A un conjunto, y una operación $\otimes : A \times A \to A$ asociativa y con elemento neutro $a_0 \in A$ ($a \otimes a_0 = a = a_0 \otimes a$ para todo $a \in A$).
Una relación R sobre A se dice compatible a izquierda con $\otimes$ si:

$$\forall x, y, z.R(x, y) \implies R(z \otimes x, z \otimes y)$$

1. Probar que para toda relación S sobre A, la relación $\bar{S}$ definida por $\bar{S}(x, y)$ sii $\forall z.S(z \otimes x, z \otimes y)$ es compatible a izquierda con $\otimes$.
2. Probar que si existe una relación R que es compatible a izquierda con $\otimes$ y tal que $R \subseteq S$, entonces $R \subseteq \bar{S}$.

2. Si $(L, \wedge, \vee)$ es un retículo acotado (donde 0 denota su mínimo y 1 denota su máximo) se dice x es *c-dual* a y si $x \vee y = 1$ y $x \wedge y = 0$. Se define la relación R_L como $R_L(x, y)$ sii x es c-dual a y. Probar o dar un contraejemplo de cada caso:

1. R_L nunca es reflexiva.
2. R_L siempre es transitiva.
3. R_L siempre es simétrica.

3. Sean $(P_1, \sqsubseteq_1)$ y $(P_2, \sqsubseteq_2)$ dos órdenes parciales isomorfos. Probar o dar un contraejemplo de que si P_1 tiene al menos un maximal, entonces P_2 tiene al menos un maximal.

4. Probar o dar un contraejemplo de la siguiente igualdad en un retículo:

$$(x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge (x \vee (x \wedge y))) = (x \vee (y \wedge (z \vee y)) \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x)$$