

Primer Parcial

Fecha: 25 de abril de 2025 — Profesora: Gabriela Stanizzi — Duración: 2 horas

Ejercicio 1

Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales, resuélvalo por eliminación de Gauss y clasifíquelo según tenga solución única, infinitas soluciones o ninguna. Justifique con el análisis de las matrices escalonadas equivalentes.

$$x + 2y + z = 3$$

$$2x + 5y + 3z = 10$$

$$x + 3y + 2z = 6$$

Ejercicio 2

Sea A la matriz de 2×2 con primera fila $(2, 1)$ y segunda fila $(5, 3)$. Calcule A^{-1} por Gauss-Jordan y verifique que $A A^{-1} = I$. Indique, con el determinante, por qué el sistema $Ax = b$ tiene solución única para todo b .

Ejercicio 3

Calcule el determinante de la matriz B de 3×3 con filas $(1, -1, 2)$, $(3, 2, 1)$ y $(0, 4, -2)$, indicando qué propiedades de determinantes utiliza en cada paso.

Ejercicio 4

Halle los autovalores y una base de autovectores de la matriz A con filas $(4, 1)$ y $(2, 3)$. Determine si A es diagonalizable sobre $\mathbb{R}$ y, de serlo, escriba $A = P D P^{-1}$.

Ejercicio 5

Determine para qué valores de λ la matriz M con filas $(1, 2, 0)$, $(2, 4, \lambda)$ y $(0, 1, 1)$ tiene rango menor que 3. Para el valor hallado, calcule el rango de M.