Álgebra y Geometría Analítica I

Final Teoría – 6 de Agosto de 2019

1. Definir unión e intersección de conjuntos. Demostrar que se cumplen las leyes de existencia de neutro e inverso para cada una de ellas. Enunciar y demostrar las leyes de De Morgan.

2. Sea $(A, \mathcal{R})$ una relación de orden definida sobre un conjunto finito A. Demostrar que A posee al menos un elemento maximal.

3. Caracterizar penperdicularidad entre vectores del plano y del espacio. Definir ángulo entre vectores.

4. Definir número complejo. Definir raíz n-ésima de un número complejo. Dar un ejemplo de un número complejo con 6 raíces distintas. Representar gráficamente

5. Determinar la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones, JUSTIFICANDO SU RESPUESTA.

   (a) La negación de $\forall u \exists v : [p(u,v) \wedge q(u,v)] \to r(u,v)$ es lógicamente equivalente a $\exists u \forall v : [p(u,v) \wedge q(u,v)] \wedge \neg r(u,v)$.

   (b) $F(A_1 \cap A_2) = F(A_1) \cap F(A_2)$ para todo A_1, A_2 subconjuntos de A y F función con dominio en A.

   (c) Dadas $g : A \to B$ y $f : B \to C$ funciones, $f \circ g$ es inyectiva si y sólo si g lo es.

   (d) Si R es una relación simétrica y transitiva en un conjunto A entonces es reflexiva.

6. Hallar todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que $z^7 \bar{z}^3 = -2^{10} i$.

7. Se sabe que el polinomio $P(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 8x - 8$ tiene alguna raíz imaginaria pura. Hallar todas las raíces de P y factorizarlo como producto de polinomios de grado 1.