Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
Av. Pellegrini 250, S2000BTP Rosario, Sta. Fe

ÁLGEBRA LINEAL 2023 (LM - PM - LCC)

EXAMEN FINAL 05/02/2024 Nombre: Carrera:

1. Hallar las posibles matrices de Jordan de A si su polinomio característico esta dado por: $p_A(t) = (t+1)^2(t-5)^3$. En cada caso determinar el polinomio minimal $m(t)$.

2. *a*) Sea $T \in L(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ definida por $T((x,y,z)) = (3x - y + z, -2x + 4y - 2z, -2x + 2y)$. Calcular para T los autovalores y los autoespacios asociados a cada uno de ellos.

   b) Sea A la matriz asociada a la transformación T. Demostrar que A es diagonalizable y hallar las matrices P, inversible, y D, diagonal, tales que $A = PDP^{-1}$.

3. Considerar el subespacio

$$S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^t \in \mathbb{R}^5 / \ x_1 + x_2 + x_4 - x_5 = 0 \ \wedge \ 2x_1 + x_3 + 2x_4 = 0\}$$

   a) Hallar $S^{\perp}$ considerando el producto escalar habitual.

   b) Calcular la proyección ortogonal del vector $v = (3,0,1,2,1)^t$ sobre el subespacio $S^{\perp}$.

4. Sea V el espacio vectorial de las matrices 2×2 reales, simétricas. Sea $T : V \to \mathbb{R}_2[x]$ una aplicación definida por

$$T\left(\begin{bmatrix} a, b \\ b, c \end{bmatrix}\right) = (a + 2b + 3c)x^2 + (4a + 5b + 6c)x + (7a + 8b + 9c).$$

   a) Obtener $nul(T)$ e $img(T)$ y las dimensiones de cada uno de dichos subespacios.

   b) Determinar si T es un monomorfismos. Justificar la respuesta.

   c) Hallar la matriz asociada a T con respecto a las bases

$$\mathcal{B}_1 = \left\{\begin{bmatrix} 1, -1 \\ -1, 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1, 1 \\ 1, 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1, 0 \\ 0, 0 \end{bmatrix}\right\}, \qquad \mathcal{B}_2 = \{x^2, x+1, x-1\}.$$

5. Sea $V = \mathbb{R}^2$. Consideremos la base de V $\mathcal{B} = \{(1,1)', (1,-1)'\}$ y sea $\mathcal{B}^* = \{\varphi_1, \varphi_2\}$ su base dual.

   a) Describir las funcionales φ_1 y φ_2.

   b) Hallar las coordenadas de $\varphi \in V^*$, dada por $\varphi(x,y) = 5x + 3y$, en la base $\mathcal{B}^*$.

   c) Siendo $S = s.e.\{(1,1)'\}$, hallar S°.

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250, Rosario
+54 (341) - 480 2649 interno 216 - 119

Scanned with CamScanner